



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 1

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Cho mệnh đề: " $\forall x \in R, \frac{2}{x^2 - x + 1} > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là:

A. Không tồn tại $x \in R$ mà $\frac{2}{x^2 - x + 1} > 0$.

B. $\forall x \in R, \frac{2}{x^2 - x + 1} \leq 0$.

C. $\exists x \in R, \frac{2}{x^2 - x + 1} \leq 0$.

D. $\forall x \in R, \frac{2}{x^2 - x + 1} < 0$.

NOTE:

Chọn C

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

A. 32 triệu đồng.

B. 35 triệu đồng.

C. 14 triệu đồng.

D. 30 triệu đồng.

NOTE:

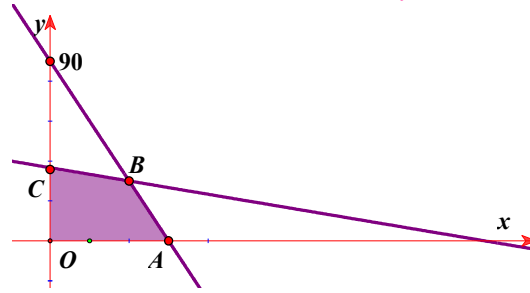
Chọn A.

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng).

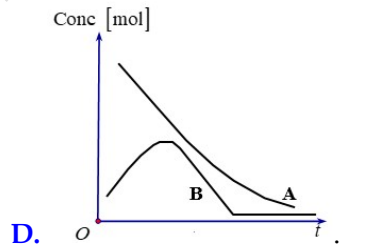
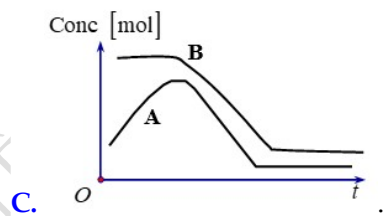
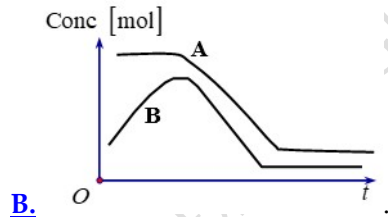
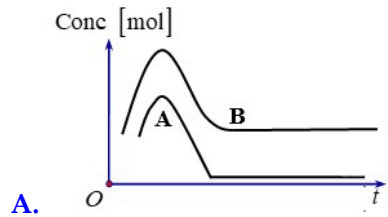
Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Rót chất A vào một ống nghiệm, rồi đổ thêm chất B vào. Khi nồng độ chất B đạt đến một giá trị nhất định thì chất A mới tác dụng với chất B . Khi phản ứng xảy ra, nồng độ cả hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Đồ thị nồng độ mol theo thời gian nào sau đây thể hiện quá trình của phản ứng?



NOTE:

Chọn B

Theo giả thiết ta có:



Từ khi bắt đầu rót chất B thì đã có chất A trong ống nghiệm, nên nồng độ chất A ban đầu lớn hơn chất B . Tức là ban đầu, đồ thị nồng độ chất A nằm “phía trên” đồ thị nồng độ chất B (1).

Khi chất B đạt đến một giá trị nhất định thì hai chất mới phản ứng với nhau. Điều này chứng tỏ có một khoảng thời gian từ khi rót chất B đến khi bắt đầu phản ứng xảy ra thì nồng độ chất A là một hằng số. Tức trong khoảng thời gian đó đồ thị nồng độ chất A là đồ thị của một hàm số hằng (2).

Khi phản ứng xảy ra, nồng độ hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Điều này chứng tỏ sau khi kết thúc phản ứng thì chất B được tiêu thụ hết và chất A có thể còn dư (hoặc cũng có thể hết), kể từ khi ngừng phản ứng thì nồng độ chất A trong ống nghiệm không thay đổi nữa, nên đồ thị nồng độ chất A sau phản ứng phải là đồ thị của một hàm số hằng (3).

Từ sự phân tích trên ta thấy chỉ có đồ thị của đáp án

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là các điểm nằm trên cạnh AB và CD sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$, $CN = \frac{1}{2}CD$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle BMN$. Gọi I là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI} = m\overrightarrow{BC}$. Xác định m để AI đi qua G .

A. $m = \frac{6}{11}$

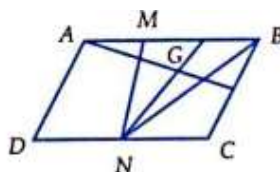
B. $m = \frac{11}{6}$

C. $m = \frac{6}{5}$

D. $m = \frac{18}{11}$

NOTE:

Đáp án A



Ta có: $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AB}$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + m(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC}$$

Để AI đi qua G thì $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}$ cùng phương $\Rightarrow \overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AG}$

$$\Rightarrow (1-m)\overline{AB} + m\overline{AC} = k \cdot \frac{5}{18}\overline{AB} + k \cdot \frac{1}{3}\overline{AC} \Rightarrow \begin{cases} 1-m = \frac{5k}{18} \\ m = \frac{k}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{6}{11} \\ k = \frac{18}{11} \end{cases}$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.

B. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.

C. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.

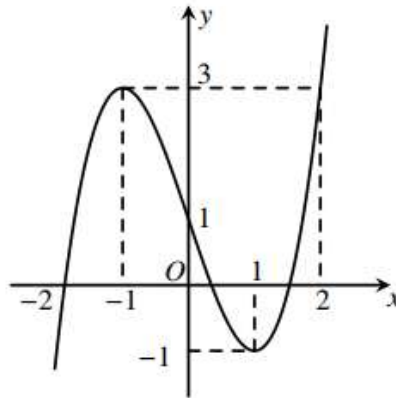
NOTE:

Chọn D

Ta có: $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 66 đến 67

Cho hàm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Câu 66: [EMPIRE TEAM] Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; 2)$

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu sau

i) Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1) + 2024$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

ii) Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1) + 2024$ có 2 điểm cực đại.

iii) Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1) + 2024$ có 3 điểm cực trị.



iv) Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1) + 2024$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3

D. 4

NOTE:

Ta có $g'(x) = 2(x-1)f'(x^2 - 2x + 1)$

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x-1)f'(x^2 - 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x + 1 = -1 \\ x^2 - 2x + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (vn) \\ x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Khi đó ta có bảng biến thiên dấu của $g'(x)$ là

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y									

Dựa vào BBT Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1) + 2024$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. **Đúng**

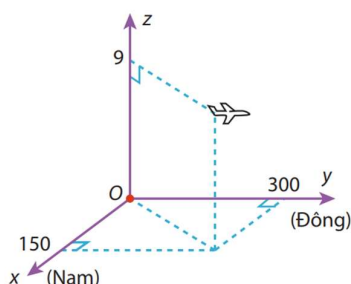
Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1) + 2024$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$. **Đúng**

Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1) + 2024$ có 3 điểm cực trị. **Đúng**

Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1) + 2024$ có 2 điểm cực đại. **Sai**

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 68 đến 70

Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km.



Câu 68: [EMPIRE TEAM] Tọa độ máy bay lúc 9h30 là:

A. $(9; 150; 300)$

B. $(150; 300; 9)$.

C. (150;9;300).

D. (300;150;9)

NOTE:

Máy bay ở tọa độ (150;300;9).

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là $750\text{km} / h$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc $10\text{m} / s$. Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30phút máy bay ở tọa độ

A. (9;936;300)

B. (150;1086;9).

C. (150;795;300).

D. (300;936;9)

NOTE:

Vận tốc gió $10\text{m} / s = 36\text{km} / h$

Quãng đường máy bay bay được là: $750 + 36 = 786\text{km}$

Do đó tọa độ của máy bay là: (150;1086;9).

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Sau khi bay đến vị trí lúc 10h30 thì máy bay bay ngược lại với vận tốc $800\text{km} / h$ với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11h máy bay ở tọa độ:

A. (9;936;300)

B. (150;686;9).

C. (150;595;300).

D. (300;936;9)

NOTE:

Quãng đường máy bay bay được là: $800 \cdot \frac{1}{2} = 400\text{km}$. Do đó tọa độ máy bay là

(150;686;9).

READING2:

Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 71 đến 72

Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7.

B. 7,6.

C. 8.





D. 8,6.

NOTE:

Chọn C

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu thuộc nhóm $[7;9)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu là } Q_1 = 7 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{7}(9 - 7) = 7,86$$

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

NOTE:

Chọn B

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu thuộc nhóm $[9;11)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu là } Q_3 = 9 + \frac{\frac{3.20}{4} - 9}{7}(11 - 9) = 10,7$$

READING3:

Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 73 đến 75

$$\text{Biết giới hạn } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = a \text{ và } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = b.$$

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Tính giá trị của b

A. 0

B. 1

C. 2.

D. 0,5

NOTE:

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{n^2 \sqrt{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^4}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{\sqrt{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^4}}} = \frac{1}{2}$$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Phương trình $\cos x = a$ nhận giá trị nào dưới đây là nghiệm?

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{6}$

NOTE:

$$\text{Ta có: } a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left(3 - \frac{3}{n^2} + \frac{3}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}}{3 - \frac{3}{n^2} + \frac{3}{n^3}} = \frac{0}{3} = 0.$$

Phương trình lượng giác $\cos x = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{2}$

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = b$ và $u_1 = a$, tính giá trị u_3 .

A. 1

B. 2.

C. 0

D. 3

NOTE:

Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = \frac{1}{2}$ và $u_1 = 0$, thì $u_3 = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

READING2:

Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 76 đến 77

Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}.$$

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Tính giá trị $u_5 - u_3$:

A. $-\frac{16}{81}$.

B. $\frac{2}{81}$.

C. $-\frac{2}{9}$.

D. $\frac{1}{3}$

NOTE:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1 q^2 = 243 \cdot u_1 q^7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

Năm số hạng đầu của (u_n) là: $u_1 = 2; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}; u_5 = \frac{2}{81}$

$$u_5 - u_3 = \frac{2}{81} - \frac{2}{9} = \frac{-16}{81}$$





Câu 77: [EMPIRE TEAM] Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân xấp xỉ bằng

- A. 0
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4

NOTE:

$$\text{Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân là: } S_9 = \frac{u_1(1-q^9)}{1-q} = \frac{2 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^9\right)}{1 - \frac{1}{3}} \approx 2,99985$$

READING2:

Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 78 đến 79

Cho số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2026}$ và biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}.$$

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây?

- (i). $\log_a b + \log_b a = 2026$.
- (ii) $P = \log_b a - \log_a b$
- (iii) $\log_a^2 b + \log_b^2 a = 2024$.

- A. 0
- B. 1.
- C. 2
- D. 3

NOTE:

$$\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2026} \Rightarrow \log_a b + \log_b a = \sqrt{2026} \Rightarrow \text{(i) sai}$$

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} = \log_b(ab) - \log_a(ab) = (\log_b a + 1) - (\log_a b + 1) = \log_b a - \log_a b$$

nên ii) **Đúng**.

$$\text{Ta có } \log_a b + \log_b a = \sqrt{2026}$$

$$\Rightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 a + 2 \log_a b \cdot \log_b a = 2026 \Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 a = 2024 \text{ nên iii) } \mathbf{\text{Đúng.}}$$

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Tính giá trị biểu thức P:

- A. $P = \sqrt{2024}$
- B. $P = \sqrt{2023}$.
- C. $P = \sqrt{2022}$
- D. $P = \sqrt{2021}$

NOTE:

Ta có $P = \log_b a - \log_a b \Rightarrow P^2 = \log_a^2 b + \log_b^2 a - 2 \log_a b \cdot \log_b a = 2024 - 2 = 2022$.

Do $a > b > 1$ nên $\log_a b < 1$ và $\log_b a > 1$ nên $P > 0 \Rightarrow P = \sqrt{2022}$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 80 đến 82

Một vận động viên điền kinh xuất phát chạy với gia tốc $a(t) = -\frac{1}{24}t^3 + \frac{5}{16}t^2$ (m/s²).

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Hỏi vào thời điểm 5s sau khi xuất phát thì vận tốc của vận động viên là bao nhiêu?

A. 6,51 m/s.

B. 9,8 m/s.

C. 2,60 m/s.

D. 4,28 m/s

NOTE:

Vận tốc $v(t)$ chính là nguyên hàm của gia tốc $a(t)$ nên ta có:

$$v(t) = \int a(t) dt = \int \left(-\frac{1}{24}t^3 + \frac{5}{16}t^2 \right) dt = -\frac{1}{96}t^4 + \frac{5}{48}t^3 + C.$$

Tại thời điểm ban đầu ($t = 0$ s) thì vận động viên ở tại vị trí xuất phát nên vận tốc lúc đó là

$$v_0 = 0 \Rightarrow v(0) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{96}0^4 + \frac{5}{48}0^3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0.$$

Vậy công thức vận tốc là $v(t) = -\frac{1}{96}t^4 + \frac{5}{48}t^3$.

Vận tốc của vận động viên tại giây thứ 5 là $v(5) = 6,51 \text{ m/s}$.

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Hỏi sau 6 giây vận động viên đã chạy được bao nhiêu mét?

A. 10,00 m.

B. 17,55 m.

C. 4,00 m.

D. 8,50 m.

NOTE:

$$s(t) = \int v(t) dt = -\frac{1}{480}t^5 + \frac{5}{192}t^4 + C \xrightarrow{v(0)=0} C = 0 \Rightarrow s(t) = -\frac{1}{480}t^5 + \frac{5}{192}t^4$$

$$\Rightarrow s(6) = 17,55 \text{ (m)}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 82 đến 83

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): x + (2m - 1)z + 7 = 0$, với m là tham số thực.

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Tìm giá trị của m để mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau

A. 0

B. 0,25

C. 0,5.



D. -8

NOTE:

$$(P) \perp (Q) \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Rightarrow 1 + 2(2m - 1) = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$

A. 0

B. 1

C. 2.

D. vô số

NOTE:

. Mặt phẳng (P) , (Q) có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$, $\vec{n}_Q = (1; 0; 2m - 1)$

Vì (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$ nên

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{4} &= \left| \cos(\vec{n}_P, \vec{n}_Q) \right| \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|1 + 2(2m - 1)|}{3\sqrt{1 + (2m - 1)^2}} \\ &\Leftrightarrow 2(4m - 1)^2 = 9(4m^2 - 4m + 2) \\ &\Leftrightarrow 4m^2 - 20m + 16 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Cho điểm $H(2; 1; 2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (Q) . Gọi β góc giữa mặt (P) và mặt phẳng (Q) . Tính giá trị của $\cos \beta$

A. $\frac{4}{9}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{8}$

NOTE:

(Q) qua O và nhận $\vec{OH} = (2; 1; 2)$ làm VTPT

$(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ có VTPT $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$

$$\text{Ta có } \cos(\widehat{(P), (Q)}) = \frac{|\vec{OH} \cdot \vec{n}|}{OH \cdot |\vec{n}|} = \frac{4}{9}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 85 đến 86

Dưới đây là bảng số liệu về các thành viên trong một câu lạc bộ ở trường đại học:

	SV năm 1	SV năm 2	SV năm 3	Tổng
Nam	25	45	26	96
Nữ	12	26	16	54
Tổng	37	71	42	150

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Nếu bạn gặp ngẫu nhiên một sinh viên nữ của câu lạc bộ thì xác suất sinh viên đó đang học năm 1 là bao nhiêu?

- A. 0.08
- B. 0.2222
- C. 0.3243
- D. 0.4815

NOTE:

$$\bullet \quad P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{12}{54} = \frac{2}{9}$$

Câu 86: [EMPIRE TEAM] [EMPIRE TEAM] Chọn ngẫu nhiên 26 sinh viên từ câu lạc bộ để tham gia một đợt công tác xã hội. Tìm xác suất một nửa trong số sinh viên được chọn là sinh viên nam.

- A. 0.0476
- B. 0.0409
- C. 0.0301
- D. 0.0258

NOTE:

$$\bullet \quad P = \frac{C_{96}^{13} \cdot C_{54}^{13}}{C_{150}^{26}} = 0.0476$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 87 đến 90

Một nhà máy có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại bóng đèn. Biết rằng tỷ lệ bóng đèn hỏng sản xuất bởi phân xưởng 1 là 11% và tỷ lệ bóng đèn hỏng sản xuất bởi phân xưởng 2 là 16%. Biết rằng số lượng bóng đèn sản xuất bởi phân xưởng 1 gấp đôi số lượng bóng đèn sản xuất bởi phân xưởng 2.

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Từ trong kho của nhà máy này, người ta chọn ngẫu nhiên một bóng đèn. Tính xác suất bóng đèn được chọn là một bóng đèn hỏng.

- A. 0.13
- B. 0.69
- C. 0.24
- D. 0.62

NOTE:

- Gọi A_1 = "bóng đèn được sản xuất bởi phân xưởng 1"
- A_2 = "bóng đèn được sản xuất bởi phân xưởng 2"
- B = "bóng đèn được chọn là một bóng đèn hỏng"
- $P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) = \frac{2}{3} \cdot 11\% + \frac{1}{3} \cdot 16\% = 0,1267$



Câu 88: [EMPIRE TEAM] Từ trong kho của nhà máy này, người ta chọn ngẫu nhiên một bóng đèn thì thấy rằng nó là một bóng đèn hỏng. Tính xác suất để bóng đèn được chọn là sản xuất bởi phân xưởng 1.

- A. 0.3207
- B. 0.5789
- C. 0.0207
- D. 0.6207

NOTE:

$$\bullet \quad P(A_1 | B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B | A_1)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 11\%}{\frac{2}{3} \cdot 11\% + \frac{1}{3} \cdot 16\%} = 0,5789$$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Chọn ngẫu nhiên 10 bóng đèn sản xuất bởi nhà máy này, tính xác suất để không có bóng đèn nào bị hỏng trong những bóng đèn được chọn.

- A. 0.2581
- B. 0.2213
- C. 0.7658
- D. 0.0658

NOTE:

- Xác suất bóng đèn được chọn là bị hỏng bằng 0,1267
- Áp dụng bài toán Bernoulli: $(1 - 0,1267)^{10} = 0,2581$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Cho $P(A) = 0,4$; $P(B | A) = 0,2$ và $P(B | \bar{A}) = 0,3$. Giá trị của $P(B)$ là

- A. $\frac{13}{50}$.
- B. $\frac{2}{5}$.
- C. $\frac{1}{2}$.
- D. $\frac{1}{4}$.

NOTE:

Vì $P(A) = 0,4$ nên $P(\bar{A}) = 1 - 0,4 = 0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,4 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,3 = 0,26.$$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 2

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Một lớp học có 35 học sinh. Mỗi học sinh đều tham gia ít nhất một trong ba môn thể thao: bóng đá, bóng rổ và cầu lông. Biết rằng có 20 học sinh chơi bóng đá, 18 học sinh chơi bóng rổ, 15 học sinh chơi cầu lông. Hỏi có thể có tối đa bao nhiêu học sinh chơi cả ba môn thể thao?

- A. 9.
- B. 8.
- C. 7.
- D. 11.

NOTE:

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho ba điểm $A(b; \log_a b)$, $B(c; 2\log_a c)$, $C(b; 3\log_a b)$ với $0 < a \neq 1, b > 0, c > 0$. Biết B là trọng tâm của tam giác OAC với O là gốc tọa độ. Tính $S = 2b + c$.

- A. $S = 7$.
- B. $S = 9$.
- C. $S = 10$.
- D. $S = 8$.

NOTE:

Vì B là trọng tâm của tam giác OAC nên

$$\begin{cases} \frac{0+b+b}{3} = c \\ \frac{0+\log_a b+3\log_a b}{3} = 2\log_a c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b+b=3c \\ 4\log_a b=6\log_a c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b=3c \\ 2\log_a b=3\log_a c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b=3c \\ \log_a b^2 = \log_a c^3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b=3c \\ b^2=c^3 \end{cases} \xrightarrow{c>0} \begin{cases} b=\frac{27}{8} \\ c=\frac{9}{4} \end{cases} \longrightarrow S=2b+c=9.$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x^2+1}+2x+1}{\sqrt[3]{2x^3+x+1}+x}$:

- A. $\frac{4}{3}$.
- B. $-\infty$.
- C. $+\infty$.



D. 1.

NOTE:

$$\text{Ta có: } D = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left(\sqrt[3]{\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^6}} + \frac{1}{x} \right)} = +\infty.$$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị (C) được biểu diễn dưới dạng $4,ab$. Tính $a^2 + b^2$:

A. 65.

B. 54.

C. 11.

D. 32.

NOTE:

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x. \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y(0) = 5 \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;5)$, $B(2;1)$

Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị bằng $AB = \sqrt{(2-0)^2 + (1-5)^2} = 2\sqrt{5} \approx 4,47$.

Vậy $a = 4, b = 7 \Rightarrow a^2 + b^2 = 65$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

B. Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

C. Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0 \in (a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

D. Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \in (a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a;x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0;b)$.

NOTE:

Các Mệnh đề A, B, C đều đúng theo định nghĩa trong SGK.

Xét mệnh đề D. Vì mệnh đề này chưa chỉ rõ ngoài $x_0 \in (a;b)$ là cực đại của $f(x)$ thì còn có cực trị nào khác nữa hay không. Nếu có thêm điểm cực đại (hoặc cực tiểu khác) thì tính đơn điệu của hàm sẽ bị thay đổi theo.

Có thể xét ví dụ khác: Xét hàm $f(x) = x^4 - 2x^2$, hàm số này đạt cực đại tại

$x_0 = 0 \in (-2;2)$, nhưng hàm số này không đồng biến trên $(-2;0)$ và cũng không nghịch biến trên $(0;2)$.

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + 2mx + 3m^2 - m - 1}$

có ba đường tiệm cận?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 0.

NOTE:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có hai tiệm cận đứng.

$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 3m^2 - m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 + m + 1 > 0 \\ 3m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < m < 1 \\ m \neq 0 \\ m \neq -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên không tồn tại giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

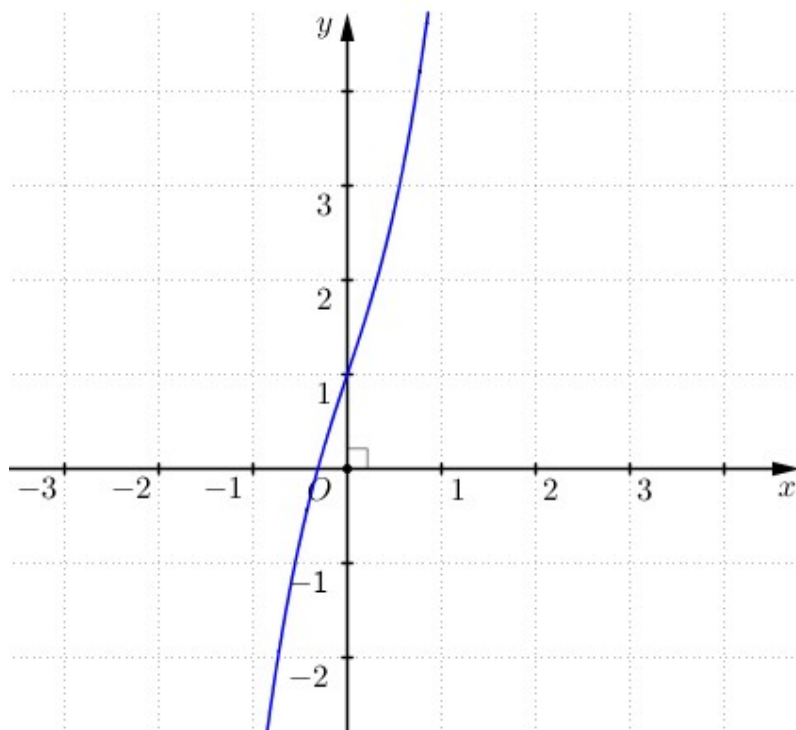
Cho hàm số $y = 2x^3 + (m-1)x^2 + (m+2)x + 1$ (1).

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Khi $m = 1$ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

NOTE:

Đồ thị hàm số khi $m = 1$



Câu 68: [EMPIRE TEAM] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 9x - 3$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1; 5)$.

B. $(0; 5)$.

C. $(5; 1)$.

D. $(5; 0)$.

NOTE:

Gọi d là tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng (D): $y = 9x - 3$ thì hệ số góc của d : $k = 9 \Leftrightarrow y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 6x_0^2 + 3 = 9 \Leftrightarrow x_0^2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1$. (x_0 là hoành độ tiếp điểm của d với (C))

Phương trình tiếp tuyến d có dạng $y = k(x - x_0) + y(x_0)$.

Khi $x_0 = 1$ thì phương trình của d là $y = 9(x - 1) + 6 = 9x - 3$, phương trình này bị loại vì khi đó $d(D)$.

Khi $x_0 = -1$ thì phương trình d là $y = 9(x + 1) - 4 = 9x + 5$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 9x + 5$

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và điểm cực tiểu đều có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{6}$?

A. 0

B. 1.

C. 2.

D. 3

NOTE:

$$y' = 6x^2 + 2(m-1)x + m + 2$$

Đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và điểm cực tiểu có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{6}$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn $\frac{1}{6}$.

* Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4 - 3\sqrt{3} < m < 4 + 3\sqrt{3}$ (a).

Khi đó hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

$$x_1 = \frac{1-m-\sqrt{m^2-8m-11}}{6}, \quad x_2 = \frac{1-m+\sqrt{m^2-8m-11}}{6}.$$

Vì $x_1 < x_2$ do đó x_1, x_2 đều lớn hơn $\frac{1}{6}$ khi và chỉ khi $\frac{1-m-\sqrt{m^2-8m-11}}{6} > \frac{1}{6}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2-8m-11} < -m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 4-3\sqrt{3} \vee m > 4+3\sqrt{3} \text{ (do (a))} \\ -m > 0 \\ m^2-8m-11 < m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4-3\sqrt{3} \\ m > -\frac{11}{8} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{11}{8} < m < 4-3\sqrt{3}.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 70 đến 71

Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 20 triệu đồng. Gọi u_n là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ n .

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = a$ và công sai $d = b$. Tính $a - b$

- A. 100.
- B. 120.
- C. 80.
- D. 140.

NOTE:

Ta có $u_1 = 100$, $d = 20$ nên $a - b = 80$.

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất bao nhiêu năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

- A. 12.
- B. 14.
- C. 13.
- D. 16

NOTE:

Tổng số tiền bạn sinh viên tiết kiệm được sau n năm là:

$$S = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] - 70n = \frac{n}{2} [2.100 + (n-1).20] - 70n = 10n^2 + 20n.$$

$$\text{Ta có: } S \geq 2000 \Leftrightarrow 10n^2 + 20n - 2000 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 13,1 \\ n \leq -15,1 \end{cases}$$

Do đó sau ít nhất sau 14 năm thì sinh viên đó có thể mua được chung cư 2 tỉ đồng.



READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Cho bảng tần số ghép nhóm dưới đây thống kê theo độ tuổi số lượng thành viên đang sinh hoạt trong một câu lạc bộ dưỡng sinh.

Khoảng tuổi	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90)
Số thành viên nam	4	7	4	6	15	12	2	0

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Tìm R với R là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên:

- A. 20
- B. 35.
- C. 40.
- D. 30

NOTE:

Khoảng biến thiên $R = 85 - 50 = 35$

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.:

- A. 13,86.
- B. 13,75.
- C. 14.
- D. 14,74.

NOTE:

Ta có: $Q_1 = 60 + \frac{\frac{30}{4} - 11}{4} \cdot 5 = 55,625$; $Q_3 = 75 + \frac{\frac{30 \cdot 3}{4} - 36}{12} \cdot 5 = 69,375$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 69,375 - 55,625 = 13,75$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho hàm số $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3}$.

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là:

- A. $F(x) = x^4 + x^3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$
- B. $F(x) = x^4 + x^3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$
- C. $F(x) = x^4 + x^3 - \frac{2}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$
- D. $F(x) = x^4 + x^3 + \frac{2}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$

NOTE:



$$F(x) = \int f(x) dx = \left(\int 4x^3 + 3x^2 + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = 4 \int x^3 dx + 3 \int x^2 dx + 2 \int x^{-2} dx - \int x^{-3} dx = x^4 + x^3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$$

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Biết $F(1) = 0$. Tính $\int_2^4 f(x) dx$

A. $\int_2^4 f(x) dx = \frac{10209}{32}$

B. $\int_2^4 f(x) dx = \frac{181}{8}$

C. $\int_2^4 f(x) dx = \frac{9485}{32}$

D. $\int_2^4 f(x) dx = 297$

NOTE:

thay $x = 1$ vào $F(x) \Leftrightarrow 1 + 1 - 2 + \frac{1}{2} + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}$.

Ta có: $\int_2^4 f(x) dx = F(4) - F(2) = \frac{9485}{32}$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77:

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x}, & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0, & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x}, & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ và $g(x) = \frac{2}{x-1}$.

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Hàm số $f(x)$ liên tục tại:

- A. Mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$
- B. Mọi điểm thuộc $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- C. Mọi điểm thuộc $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
- D. Mọi điểm thuộc $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$

NOTE:

Với $x < 1, x \neq 0$ thì $f(x) = \frac{x^2}{x} = x$ liên tục trên khoảng đó. Vậy nên $f(x)$ liên tục tại mọi điểm.

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại:

- A. Mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$
- B. Mọi điểm thuộc $\mathbb{R} \setminus \{1\}$





C. Mọi điểm thuộc $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

D. Mọi điểm thuộc $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$

NOTE:

Ta có hàm $f(x)$ liên tục tại mọi điểm.

$g(x)$ liên tục với mọi điểm thuộc $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Để $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục thì $f(x)$ và $g(x)$ phải liên tục.

Do đó $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục với mọi điểm thuộc $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Một loại xét nghiệm y tế được sử dụng để phát hiện bệnh X. Thông tin về xét nghiệm như sau:

- 1% dân số mắc bệnh X.

- Độ nhạy của xét nghiệm (xác suất xét nghiệm dương tính khi bệnh nhân mắc bệnh) là 95%.

- Độ đặc hiệu của xét nghiệm (xác suất xét nghiệm âm tính khi bệnh nhân không mắc bệnh) là 90%.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Nếu một người được xét nghiệm dương tính, xác suất họ thực sự mắc bệnh là bao nhiêu?

A. 6.76%.

B. 8.76%.

C. 8.67%.

D. 7.33%.

NOTE:

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Nếu một người được xét nghiệm âm tính, xác suất họ không mắc bệnh là bao nhiêu?

A. 99.94%.

B. 66,7%.

C. 100%.

D. 77%.

NOTE:

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Nếu tỷ lệ mắc bệnh trong dân số tăng lên 5%, xác suất một người xét nghiệm dương tính thực sự mắc bệnh sẽ thay đổi như thế nào?

A. 33,3%.

B. 66,9%.

C. 44,0%.

D. 72,0%.

NOTE:

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Nhóm bạn Dũng tung một con xúc xắc 100 lần liên tiếp và ghi kết quả vào bảng sau:

Số chấm trên xúc xắc	1	2	3	4	5	6
Số lần	14	16	8	18	10	34

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Một của mẫu số liệu trên là:

- A. $M_o = 6$
- B. $M_o = 18$
- C. $M_o = 4$
- D. $M_o = 34$

NOTE:

Vì ta có số chấm có giá trị 6 của xúc xắc xuất hiện nhiều nhất. Vậy nên một của mẫu số liệu trên là $M_o = 6$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên:

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

NOTE:

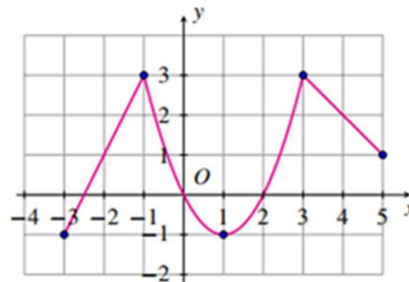
Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: $Q_1 = 2$

Và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 6$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6 - 2 = 4$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới



Câu 83: [EMPIRE TEAM] Hàm số có tập giá trị là:

- A. $[-3; 5]$
- B. $[-1; 3]$
- C. $[3; +\infty)$
- D. $(-\infty; -3]$

NOTE:

Giá trị của hàm số là y .

Nhìn đồ thị ta thấy giá trị lớn nhất của y là 3 và giá trị nhỏ nhất của y là -1.

Do đó chọn B



Câu 84: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị có tung độ bằng 1?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

NOTE:

Nhìn hình, ta có được $y = 1$ đi qua 4 điểm.

Do đó chọn C

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA = a$, $BC = 2a$, $SA = 2a$, $SA \perp (ABC)$. Gọi K là hình chiếu của A trên SC.

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng :

- A. (SAB)
- B. (SAC)
- C. (SAD)
- D. (SBC)

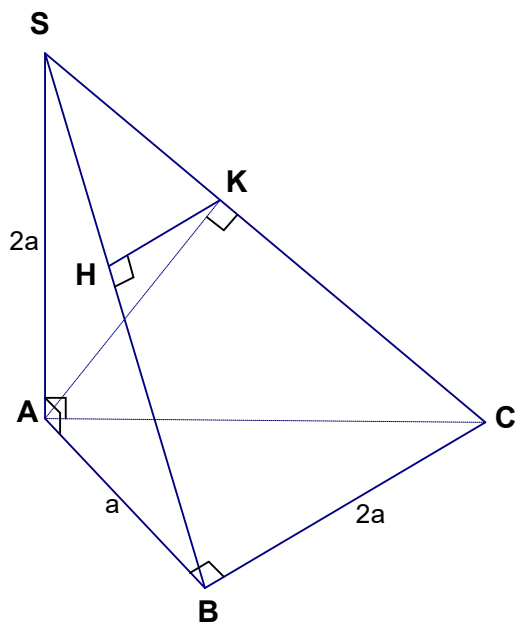
NOTE:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \\ \Rightarrow & BC \perp (SAB) \end{aligned}$$

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Tính SK :

- A. $\frac{4a}{3}$
- B. $\frac{a}{3}$
- C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$
- D. $\frac{4a\sqrt{6}}{3}$

NOTE:

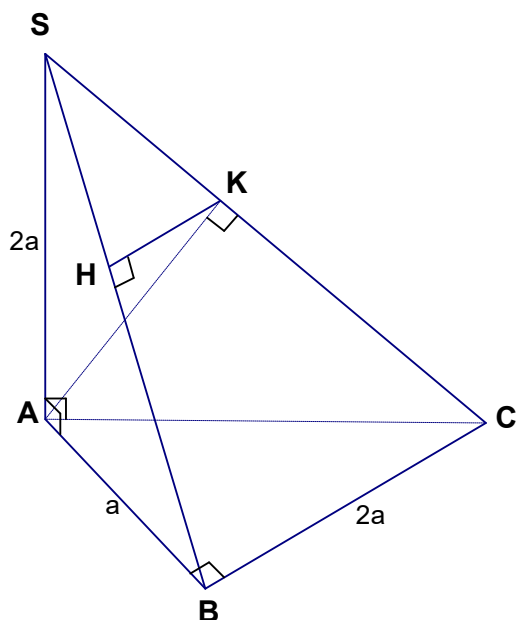


Ta có:
$$\begin{cases} AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}; \\ SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 5a^2} = 3a; \\ SA^2 = SK \cdot SC \Rightarrow SK = \frac{SA^2}{SC} = \frac{4a^2}{3a} = \frac{4a}{3}. \end{cases}$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Tính khoảng cách từ điểm K đến mặt phẳng (SAB) .

- A. $\frac{3\sqrt{2}a}{3}$
- B. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$
- C. $\frac{4a}{3}$
- D. $\frac{8a}{9}$

NOTE:



Trong (SBC) kẻ $KH // BC$ ($H \in SB$)

$$\Rightarrow KH \perp (SAB) \Rightarrow d(K, (SAB)) = KH$$

Vì $KH // BC$ nên $\frac{KH}{BC} = \frac{SK}{SC}$

$$\Rightarrow KH = \frac{SK \cdot BC}{SC} = \frac{\frac{4}{3}a \cdot 2a}{3a} = \frac{8}{9}a.$$

$$\text{Vậy } d[K, (SAB)] = KH = \frac{8}{9}a.$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. (Người ta quan tâm tới việc một chiếc khăn bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất)

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Gọi số lần cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (ngàn đồng) ($x > 0$). Khi đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được có phương trình là:

A. $-100.000x^2 + 1.800.000x + 36.000.000$

B. $100.000x^2 + 1.800.000x + 36.000.000$

C. $-100.000x^2 - 1.800.000x + 36.000.000$

D. $-100.000x^2 + 1.800.000x - 36.000.000$

NOTE:

Ta có các phương trình sau:

Giá bán mới: $30.000 + 1000x$ (đồng/chiếc khăn)

Số lượng khăn bán được: $3000 - 100x$ (chiếc khăn/tháng)

Lợi nhuận thu được: $(30.000 + 1000x)(3000 - 100x) - 18.000(3000 - 100x)$

$$= -100.000x^2 + 1.800.000x + 36.000.000$$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần bán một chiếc khăn với giá mới là:

- A. 39.000 đồng
- B. 45.000 đồng
- C. 60.000 đồng
- D. 100.000 đồng

NOTE:

Từ phương trình lợi nhuận thu được: $-100.000x^2 + 1.800.000x + 36.000.000$

Ta có đỉnh của parabol là $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1.800.000}{2(-100.000)} = 9$.

Vậy với giá bán mới là 39.000 đồng thì ta thu được lợi nhuận cao nhất.

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Nếu vốn để sản xuất một chiếc khăn là 25.000 thì cơ sở cần bán một chiếc khăn với giá mới là bao nhiêu để thu lợi nhuận cao nhất?

- A. 50.000 đồng
- B. 45.500 đồng
- C. 42.000 đồng
- D. 40.000 đồng

NOTE:

Ta có phương trình lợi nhuận: $(30.000 + 1000x)(3000 - 100x) - 25.000(3000 - 100x)$

$$= -100.000x^2 + 2.500.000x + 15.000.000$$

Ta có đỉnh của parabol là $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2.500.000}{2(-100.000)} = 12,5$.

Vậy với giá bán mới là 42 hoặc 43 ngàn đồng thì ta thu được lợi nhuận cao nhất.



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 3

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Một trường học tổ chức hai câu lạc bộ: câu lạc bộ âm nhạc và câu lạc bộ thể thao. Có 30 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, 25 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao và 12 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ. Biết rằng có 5 học sinh không tham gia câu lạc bộ nào. Tổng số học sinh của trường là?

A. 48.

B. 43.

C. 31.

D. 35.

NOTE:

Số học sinh tham gia ít nhất một câu lạc bộ = Số học sinh tham gia âm nhạc + Số học sinh tham gia thể thao - Số học sinh tham gia cả hai = $30 + 25 - 12 = 43$ học sinh.

Số học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ = Số học sinh tham gia ít nhất một câu lạc bộ - Số học sinh tham gia cả hai = $43 - 12 = 31$ học sinh.

Tổng số học sinh của trường = Số học sinh tham gia ít nhất một câu lạc bộ + Số học sinh không tham gia câu lạc bộ nào = $43 + 5 = 48$ học sinh.

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $ab \neq 1$. Rút gọn biểu thức $P = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b)\log_b a - 1$.

A. $P = \log_b a$.

B. $P = 1$.

C. $P = 0$.

D. $P = \log_a b$.

NOTE:

$$P = (\log_a b + \log_b a + 2) \cdot \left(\log_a b - \frac{1}{1 + \log_b a} \right) \cdot \log_b a - 1$$

Đặt $t = \log_a b$ ta có:

$$\left(t + \frac{1}{t} + 2 \right) \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \right) t - 1 = \frac{(t+1)^2}{t} \cdot \frac{1}{t(t+1)} t - 1 = \frac{t+1}{t} - 1 = \frac{1}{t} = \log_a b.$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Cho biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{2024x^2 - 2023x + 2025}}{a|x| + 2023} = \frac{\sqrt{2024}}{2023}$. Giá trị của a bằng:

A. 2023.

B. 2024.

C. -2023.

D. 0.

NOTE:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{2024x^2 - 2023x + 2025}}{a|x| + 2023} = \frac{\sqrt{2024}}{2023} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2024}}{-a} = \frac{\sqrt{2024}}{2023} \Leftrightarrow a = -2023.$$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Xét hàm số $y = \sqrt[3]{\cos 2x}$. Tính $A = 3.y^2.y' + 2 \sin 2x$ là:

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 0.

NOTE:

$$y = \sqrt[3]{\cos 2x} \Rightarrow y^3 = \cos 2x \Rightarrow y' \cdot 3y^2 = -2 \sin 2x \Rightarrow y' = \frac{-2 \sin 2x}{3(\sqrt[3]{\cos 2x})^2}.$$

$$3.(\sqrt[3]{\cos 2x})^2 \cdot \frac{-2 \sin 2x}{3(\sqrt[3]{\cos 2x})^2} + 2 \sin 2x = -2 \sin 2x + 2 \sin 2x = 0.$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị thực của tham số a để hàm số $y = ax^3 - ax^2 + 1$ có

điểm cực tiểu $x = \frac{2}{3}$:

A. 1.

B. 2024.

C. 0.

D. Vô số.

NOTE:

Nếu $a = 0$ thì $y = 1$: Hàm hằng nên không có cực trị.

$$\text{Với } a \neq 0, \text{ ta có } y' = 3ax^2 - 2ax = ax(3x - 2); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

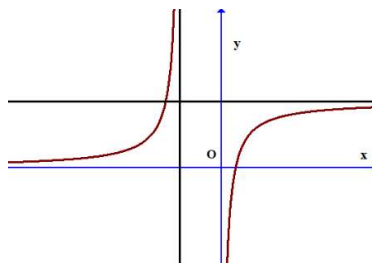
$a > 0$: y' đổi dấu từ "-" sang "+" khi qua $x = \frac{2}{3} \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = \frac{2}{3}$.

Do đó $a > 0$ thỏa mãn.

$a < 0$: y' đổi dấu từ "+" sang "-" khi qua $x = \frac{2}{3} \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \frac{2}{3}$.

Do đó $a < 0$ không thỏa mãn.

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Cho đồ thị một hàm số có hình vẽ như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

NOTE:

Đồ thị hàm số có TCN là $y = 0$; $y = b$ và TCĐ là $x = 0$; $x = a$

READING3:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$.

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Khi $m = 0$, ta có $\min_{(0; +\infty)} y = a$. Tính $P = a^2$

- A. 5
- B. 4
- C. 16.
- D. 81

NOTE:

Thay $m = 0$ vào $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$,

Ta có $y = \frac{x^2 + 1}{x} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \notin (0; +\infty) \end{cases}$.

x	0	1	$-\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	2	$+\infty$

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Giá trị của m để hàm số có 2 cực trị

- A. $m = 1$
- B. $m = -1$.
- C. Không tồn tại m .
- D. Với mọi m

NOTE:

Ta có $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x + m)^2}$.

$+ y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m - 1; (x \neq -m) \\ x = -m + 1; (x \neq -m) \end{cases}$.

$\Rightarrow y' = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x \neq -m, \forall m$.

Vậy hàm số luôn có 2 cực trị.

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Tại $m = -3$ giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ là.

A. 3.

B. 1.

C. 9.

D. 2.

NOTE:

Khi $m = -3$ thay vào $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$, ta có $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}$.

+ Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}$ là hàm phân thức hữu tỉ, liên tục trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Mặt khác $[-1; 2] \subset (-\infty; 3) \Rightarrow$ hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

+ Ta có $y' = \frac{x^2 - 6x + 8}{(x - 3)^2} > 0 \forall x \in (-1; 2)$ và $y(2) = 1$.

Vì hàm số tăng trên $(-1; 2)$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất $\max_{[-1; 2]} y = y(2) = 1$.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 70 đến 71

Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị (C_1) , (C_2) liên tục trên $[a; b]$ và thỏa mãn

$f(x) > g(x) > 0$ với mọi $x \in [a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C_1)

, (C_2) Gọi V là thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh Ox hình phẳng giới hạn đồ thị đường thẳng $x = a; x = b$.

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Đâu không phải là công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1) , (C_2) và hai đường thẳng $x = a; x = b$?

A. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.



Câu 71: [EMPIRE TEAM] Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh Ox hình phẳng giới hạn đồ thị (C_1) ; (C_2) ; đường thẳng $x = a$; $x = b$ là

A. $V = \left\{ \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right\}^2$.

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

C. $V = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

D. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$.

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Tọa độ đỉnh $I(x_I, y_I)$ của hàm số là:

A. $y_I = 0$

B. $y_I = -2$

C. $y_I = 1$

D. $y_I = -1$

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Hàm số cắt trục Ox tại hai điểm A, B. Khi đó diện tích tam giác IAB bằng:

A. 4

B. 1

C. 2

D. $\frac{3}{2}$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 3^x = 27 \cdot 3^y \\ \log(x + 2y) = \log 5 + \log 3 \end{cases}$$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Điều kiện xác định của hệ phương trình là:

A. $x - 2y > 0$.

B. $x + 2y > 0$.

C. $x + 2y < 0$.

D. $x - 2y < 0$.

NOTE:

Điều kiện: $x + 2y > 0$.

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Tìm tập nghiệm S của hệ phương trình:

A. $x = 7, y = -7$.

B. $x = 4, y = 7$

C. $x = -4, y = 7$.

D. $x = 7, y = 4$

NOTE:

$$\begin{aligned} \text{Hệ phương trình } &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3^3 \cdot 3^y \\ \log(x+2y) = \log 15 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ x + 2y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \end{cases}. \end{aligned}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77:

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x \cdot f(\sin^2 x) dx = \int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{x} dx = 1$.

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Với $I_1 = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x \cdot f(\sin^2 x) dx = 1$ và đặt $t = \sin^2 x$ khai triển nào sau đây

là đúng

A. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(t)}{t} dt$.

B. $\frac{1}{4} \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{f(t)}{t} dt$.

C. $\frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(t)}{t} dt$.

D. $\frac{1}{2} \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{f(t)}{t} dt$.

NOTE:

Đặt $t = \sin^2 x \Rightarrow dt = 2 \sin x \cdot \cos x dx = 2 \sin^2 x \cdot \cot x dx = 2t \cdot \cot x dx$.

x	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
t	$\frac{1}{2}$	1

$$I_1 = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x \cdot f(\sin^2 x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(t) \cdot \frac{1}{2t} dt = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(t)}{t} dt$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Giá trị của tích phân $\int_{\frac{1}{8}}^1 \frac{f(4x)}{x} dx$ là:



- A. $\frac{5}{2}$.
- B. $\frac{3}{2}$.
- C. $\frac{5}{3}$.
- D. $\frac{2}{3}$.

NOTE:

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow 2t dt = dx$.

x	1	16
t	1	4

$$I_2 = \int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{x} dx = \int_1^4 \frac{f(t)}{t^2} 2t dt = 2 \int_1^4 \frac{f(t)}{t} dt = 2 \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{f(4x)}{4x} d(4x) = 2 \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{f(4x)}{x} dx.$$

$$\text{Suy ra } \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{f(4x)}{x} dx = \frac{1}{2} I_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó, ta có: } \int_{\frac{1}{8}}^1 \frac{f(4x)}{x} dx = \int_{\frac{1}{8}}^{\frac{1}{4}} \frac{f(4x)}{x} dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{f(4x)}{x} dx = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Một trường học tổ chức một kỳ thi. Dữ liệu thống kê cho thấy:

- 80% học sinh học bài trước kỳ thi, 20% học sinh không học bài.
- Nếu học sinh học bài, xác suất làm đúng bài kiểm tra là 90%.
- Nếu học sinh không học bài, xác suất làm đúng bài kiểm tra là 30%.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Nếu một học sinh làm đúng bài kiểm tra, xác suất để học sinh đó đã học bài là bao nhiêu:

- A. 92,3%..
- B. 23%..
- C. 93%..
- D. 32%..

NOTE:

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Nếu một học sinh làm sai bài kiểm tra, xác suất để học sinh đó không học bài là bao nhiêu:

- A. 33,3%.
- B. 66,7%.
- C. 63,6%.
- D. 50,0%.

NOTE:

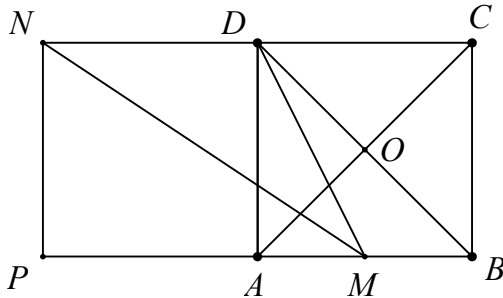
Câu 80: [EMPIRE TEAM] Nếu tỷ lệ học sinh không học bài tăng lên 50%, xác suất một học sinh làm đúng bài kiểm tra sẽ thay đổi như thế nào:

- A. 60%.
- B. 69%.
- C. 25,0%.
- D. 75,0%.

NOTE:

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D .



Câu 81: [EMPIRE TEAM] Tính $|\overrightarrow{MD}|$:

- A. $|\overrightarrow{MD}| = \frac{a\sqrt{5}}{5}$
- B. $|\overrightarrow{MD}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$
- C. $|\overrightarrow{MD}| = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$
- D. $|\overrightarrow{MD}| = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

NOTE:

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác vuông MAD ta có

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MD}| = MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Tính $|\overrightarrow{MN}|$:

- A. $|\overrightarrow{MN}| = 2a\sqrt{6}$
- B. $|\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$



C. $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

NOTE:

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P.

Khi đó tứ giác ADNP là hình vuông và $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$.

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông NPM ta có

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Suy ra $|\overline{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Cho hàm số $y = (m+5)x + 2m - 10$.

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4:

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

NOTE:

TH1: $m = -5$. Khi đó hàm số trở thành $y = -20$ là đường thẳng song song với trục Ox nên không tạo thành tam giác.

TH2: $m \neq -5$. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $A\left(\frac{10-2m}{m+5}; 0\right)$, cắt trục Oy tại $B(0; 2m-10)$.

$$\text{Tam giác } OAB \text{ vuông tại } O \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{10-2m}{m+5} \right| \cdot |2m-10| = 4$$

$$\Leftrightarrow (2m-10)^2 = 8|m+5| \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 40m + 100 = 8m + 40 \\ 4m^2 - 40m + 100 = -8m - 40 \end{cases} \Leftrightarrow m = 6 \pm \sqrt{21}.$$

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $M(-2; -20)$:

- A. Vô số
- B. 1
- C. 2
- D. 3

NOTE:

Ta có: $y = (m+5)x + 2m - 10 \Leftrightarrow m(x+2) + (5x - y - 10) = 0$.

Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm cố định với mọi $m \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ 5x-y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-20 \end{cases}$.

Vậy điểm cố định có tọa độ là $M(-2; -20)$.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm BC ..

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Mệnh đề nào sau đây đúng:

- A. $SA \perp AM$
- B. $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
- C. $SB \perp BM$
- D. $SB = 2a\sqrt{3}$

NOTE:

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ AM \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp AM$$

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Mặt phẳng (SAM) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây:

- A. (SAC)
- B. (SBD)
- C. (SBM)
- D. (SBC)

NOTE:

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SAM) \perp (SBC)$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .:

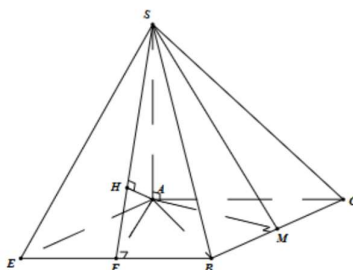
- A. $d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$
- B. $d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$



C. $d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{15}}{15}$

D. $d(AC, SB) = a$

NOTE:



b) Dùng hình thoi $ACBE$ ta có: $AC \parallel BE \Rightarrow AC \parallel (SBE)$

Nên $d(AC, SB) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE))$

+ Gọi F là trung điểm BE , kẻ $AH \perp SF$

$\left. \begin{array}{l} BE \perp AF \\ BE \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BE \perp (SAF) \Rightarrow BE \perp AH$. Do đó $AH \perp (SBE)$

Khi đó $d(A, (SBE)) = AH$

+ $AF = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$AH = \frac{AH \cdot SA}{\sqrt{AH^2 + SA^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. Vậy $d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $MA = MB = MC$. Gọi I là trung điểm đoạn AB

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

A. $x + z + 2 = 0$

B. $x + z - 2 = 0$

C. $x - z - 2 = 0$

D. $x + z - 2 = 1$

NOTE:

Ta có $\overrightarrow{AB}(-1;0;-1)$, $\overrightarrow{AC}(-1;1;0)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I\left(\frac{3}{2};0;\frac{1}{2}\right)$ của AB và

nhận $\overrightarrow{AB}(-1;0;-1)$ làm vectơ pháp nên có phương trình là: $x + z - 2 = 0$.

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Viết phương trình đường thẳng qua G và nhận vectơ $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} + t \\ y = \frac{1}{3} + t \\ z = \frac{2}{3} - t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} + t \\ y = \frac{-1}{3} + t \\ z = \frac{2}{3} - t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} + t \\ y = \frac{1}{3} + t \\ z = \frac{-2}{3} - t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{-4}{3} + t \\ y = \frac{1}{3} + t \\ z = \frac{2}{3} - t \end{cases}$$

NOTE:

Ta có $AB = BC = AC = \sqrt{2}$ suy ra tam giác ABC đều. Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trọng tâm $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ của tam giác.

Nên đường thẳng đi qua điểm $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và nhận véc tơ $\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (1; 1; -1)$ là

véc tơ chỉ phương nên có phương trình là:
$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} + t \\ y = \frac{1}{3} + t \\ z = \frac{2}{3} - t \end{cases}$$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $MA = MB = MC$. Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. 2

B. 23

C. 1



D. 4

NOTE:

Cách 1:

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng BC đi qua trung điểm $J\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ của BC và

nhận $\overrightarrow{BC}(0;1;1)$ làm véc tơ pháp nên có phương trình là: $y + z - 2 = 0$.

Do $MA = MB = MC$ nên M thuộc hai mặt phẳng trên, mặt khác M thuộc $(P): x + y + z - 2 = 0$ nên tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \\ x + y + z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(1;0;1). \text{ Vậy } T = a^2 + b^2 + c^2 = 2.$$

Cách 2:

Do $MA = MB = MC$ nên M nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ,

trục này là đường thẳng đi qua $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và nhận véc tơ $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1;1;-1)$ là

$$\text{véc tơ chỉ phương nên có phương trình là: } \begin{cases} x = \frac{4}{3} + t \\ y = \frac{1}{3} + t \\ z = \frac{2}{3} - t \end{cases}$$

Mặt khác $M \in (P): x + y + z - 2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{3} \Rightarrow M(1;0;1)$. Suy ra $T = a^2 + b^2 + c^2 = 2$.



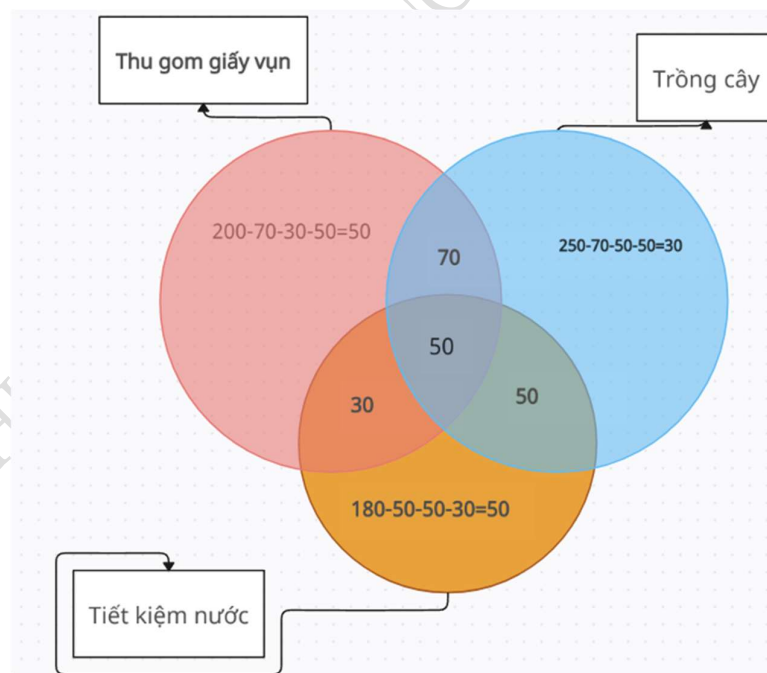
BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 4

Câu 91: [EMPIRE TEAM] Một trường học tổ chức cuộc thi "Hành tinh xanh" với các hoạt động: thu gom giấy vụn, trồng cây và tiết kiệm nước. Có 300 học sinh tham gia cuộc thi. Trong đó, 200 học sinh tham gia thu gom giấy vụn, 250 học sinh tham gia trồng cây, 180 học sinh tham gia tiết kiệm nước. Biết rằng có 120 học sinh tham gia cả thu gom giấy vụn và trồng cây, 100 học sinh tham gia cả trồng cây và tiết kiệm nước, 80 học sinh tham gia cả thu gom giấy vụn và tiết kiệm nước, và có 50 học sinh tham gia cả ba hoạt động. Hỏi có bao nhiêu học sinh chỉ tham gia một hoạt động?

- A. 100.
- B. 250.
- C. 180.
- D. 210.

NOTE:



Câu 92: [EMPIRE TEAM] Tính $P = \frac{1}{\log_2 2024!} + \frac{1}{\log_3 2024!} + \frac{1}{\log_4 2024!} + \dots + \frac{1}{\log_{2024} 2024!}$.

- A. $P = 1$.
- B. $P = 2017$.
- C. $P = 0$.
- D. $P = 2024!$



NOTE:

Áp dụng công thức $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, ta được

$$P = \log_{2024!} 2 + \log_{2024!} 3 + \dots + \log_{2024!} 2024 = \log_{2024!} (2.3.4 \dots 2024) = \log_{2024!} 2024! = 1.$$

Câu 93: [EMPIRE TEAM] Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2024} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x+1)^{2025}}$:

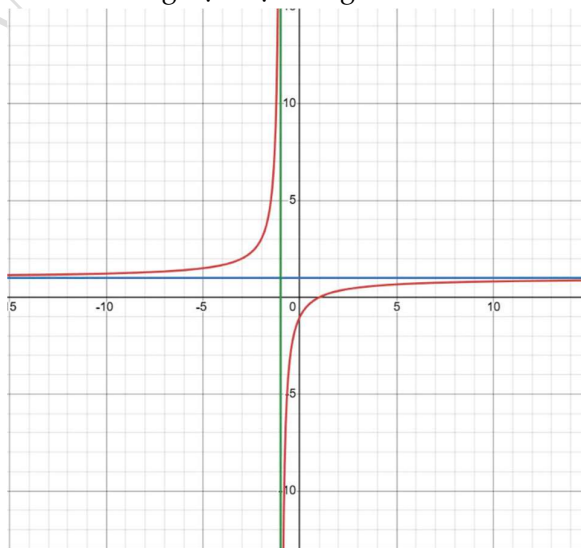
- A. 0.
- B. 2^{-2024} .
- C. $2^{\frac{1}{2025}}$.
- D. $2^{\frac{1}{2023}}$.

NOTE:

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2024} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x+1)^{2025}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2024} \sqrt{4x^2 + 1}}{\left[x \left(2 + \frac{1}{x} \right) \right]^{2025}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2024} \cdot x \cdot \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x^{2025} \left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2025}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{\left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2025}} = \frac{\sqrt{4+0}}{(2+0)^{2025}} = \frac{2}{2^{2025}} = \frac{1}{2^{2024}} \end{aligned}$$

Câu 94: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như hình dưới và $M \in (C)$. Tích khoảng cách từ M đến các đường tiệm cận bằng:



- A. 3.
- B. 2.
- C. 4.

D. 6.

NOTE:

$$\text{Gọi } M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow M\left(x_0; 1 - \frac{2}{x_0 + 1}\right)$$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng: $d_1 = |x_0 + 1|$.

$$\text{Khoảng cách từ } M \text{ đến tiệm cận ngang: } d_2 = |y_0 - 1| = \left|1 - \frac{2}{x_0 + 1} - 1\right| = \frac{2}{|x_0 + 1|}.$$

$$\text{Vậy } d_1 \cdot d_2 = 2.$$

Câu 95: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023; 2024]$

để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x$ có hai điểm cực trị nằm trong khoảng $(0; +\infty)$:

A. 2022.

B. 2023.

C. 2013.

D. 4035.

NOTE:

$$\text{Ta có: } y' = x^2 - 2mx + m + 2$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ S = x_1 + x_2 > 0 \\ P = x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2) > 0 \\ 2m > 0 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \Leftrightarrow m > 2 \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{m \in \mathbb{Z} \text{ \& } m \in [-2023; 2024]} m = \{3; 4; 5; \dots; 2024\} \longrightarrow \text{có 2022 giá trị.}$$

Câu 96: [EMPIRE TEAM] Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{-5x^2 - 2x + 3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

NOTE:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{-1; \frac{3}{5}\right\}.$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 2}{-5x^2 - 2x + 3} = -\frac{1}{5}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 2}{-5x^2 - 2x + 3} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \text{đường thẳng } y = -\frac{1}{5} \text{ là}$$

đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - x + 2}{-5x^2 - 2x + 3} = +\infty \Rightarrow \text{đường thẳng } x = -1 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$



$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^+} \frac{x^2 - x + 2}{-5x^2 - 2x + 3} = -\infty \Rightarrow x = \frac{3}{5} \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $y = \log_2(x^2 - 4x + 5)$ có đồ thị là (C).

Câu 97: [EMPIRE TEAM] Hàm số đồng biến trên khoảng:

- A. $(2; +\infty)$
- B. $(3; +\infty)$
- C. $(-2; +\infty)$.
- D. $(-3; +\infty)$

NOTE:

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x-4}{(x^2-4x+5)\ln 2}.$$

Do $y' > 0 \Leftrightarrow x > 2$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 98: [EMPIRE TEAM] Hàm số đạt cực tiểu tại:

- A. -2
- B. -3.
- C. 3.
- D. 2

NOTE:

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	0	$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 99: [EMPIRE TEAM] Giả sử đồ thị hàm số (C) cắt đường thẳng (d): $y = 1$ tại hai điểm A, B và có điểm cực trị là M. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MAB bằng

- A. 0.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 2.

NOTE:

Đồ thị hàm số (C) có điểm cực tiểu là $M(2;0)$ và cắt đường thẳng (d): $y=1$ tại hai điểm $A(x_1;1)$, $B(x_2;1)$ với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình:

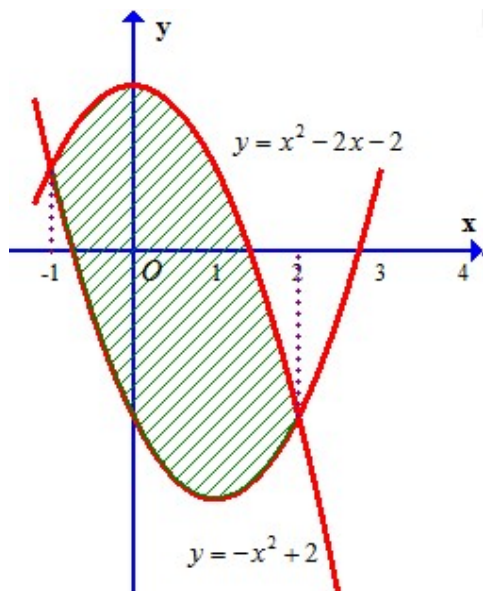
$$\log_2(x^2 - 4x + 5) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow A(1;1), B(3;1).$$

Khi đó $\overrightarrow{MA} = (-1;1)$, $\overrightarrow{MB} = (1;1) \Rightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. Suy ra tam giác MAB vuông tại M.

Do đó, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MAB là $R = \frac{AB}{2} = 1$.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 70 đến 71

Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



Câu 100: [EMPIRE TEAM] Công thức tính diện tích phần gạch chéo trong hình vẽ là

- A. $\int_1^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$.
- B. $\int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$.
- C. $\int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 2| dx$.
- D. $\int_1^2 |2x^2 - 2x - 2| dx$.

NOTE:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2) \right| dx \\ &= \int_{-1}^2 |-2x^2 + 2x + 4| dx = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx \end{aligned}$$

Nên b đúng

Câu 101: [EMPIRE TEAM] Diện tích của phần gạch chéo là:

- A. -9.
- B. 9.
- C. 11.
- D. -11



NOTE:

READING2:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Thời gian (phút) đọc sách mỗi ngày của 60 học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
Số học sinh	3	10	12	15	20

Câu 102: [EMPIRE TEAM] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

A. $\Delta_Q = 10,1$

B. $\Delta_Q = 10,42$.

C. $\Delta_Q = 10,41$.

D. $\Delta_Q = 9,42$

NOTE:

Tần số: $n = 60$

$$\text{Ta có: } Q_1 = 20 + \frac{\frac{60}{4} - 13}{12} \cdot 5 \approx 20,83; Q_3 = 30 + \frac{\frac{60}{4} - 40}{20} \cdot 5 = 31,25$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 31,25 - 20,83 = 10,42.$$

Câu 103: [EMPIRE TEAM] Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

A. 38,1875.

B. 38,75.

C. 25,75.

D. 25,1875.

NOTE:

Ta có bảng mới:

Thời gian (phút)	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5
Số học sinh	3	10	12	15	20

Ta có trung bình của mẫu số liệu là:

$$\bar{X} = \frac{3 \cdot 12,5 + 10 \cdot 17,5 + 12 \cdot 22,5 + 15 \cdot 27,5 + 20 \cdot 32,5}{60} = 25,75$$

Ta có phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{3(12,5)^2 + 10(17,5)^2 + 12(22,5)^2 + 15(27,5)^2 + 20(32,5)^2}{60} - (25,75)^2 = 38,1875.$$

READING2:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

$$\text{Cho hệ phương trình } \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y} + 6\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} - 7 = 0 \\ 3^{\log_9(x-y)} = 1 \end{cases}$$

Câu 104: [EMPIRE TEAM] Nhận định nào sau đây đúng nhất về điều kiện xác định của hệ:

- A. $x > y$.
- B. $x - y < 0$.
- C. $\frac{2x - y}{2} > 0$
- D. $\frac{2x - y}{2} < 0$.

NOTE:

Câu 105: [EMPIRE TEAM] Tìm P biết $P = x^2 - y^2$:

- A. -3.
- B. -4
- C. 4.
- D. 0

NOTE:

Xét phương trình thứ nhất của hệ: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y} + 6\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} - 7 = 0$. Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} > 0$,

phương trình trở thành $t^2 + 6t - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (h)} \\ t = -7 \text{ (l)} \end{cases} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{2x-y}{2} = 0$.

Phương trình thứ hai của hệ: $3^{\log_9(x-y)} = 1 \Leftrightarrow 3^{\log_9(x-y)} = 3^0 \Leftrightarrow \log_9(x-y) = 0 \Leftrightarrow x - y = 1$.

Từ đó ta có $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77:

Cho f, g là hai hàm số liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ đồng thời

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6.$$

Câu 106: [EMPIRE TEAM] Giá trị biểu thức $\left(\int_1^3 f(x) dx\right)^{\int_1^3 g(x) dx}$ là:

- A. 18.
- B. 1024.
- C. 16.
- D. 525.

NOTE:

Ta có: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10$.

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6 \Leftrightarrow 2 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6.$$



Đặt $u = \int_1^3 f(x)dx$; $v = \int_1^3 g(x)dx$.

Ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} u + 3v = 10 \\ 2u - v = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ v = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x)dx = 4 \\ \int_1^3 g(x)dx = 2 \end{cases}$$

Vậy $\left(\int_1^3 f(x)dx \right)^{\int_1^3 g(x)dx} = 4^2 = 16$

Câu 107: [EMPIRE TEAM] Giá trị biểu thức $\int_1^3 f(4-x)dx + 2 \int_1^2 g(2x-1)dx$ là:

- A. 6.
- B. 1.
- C. 5.
- D. 14.

NOTE:

+ Tính $\int_1^3 f(4-x)dx$

Đặt $t = 4-x \Rightarrow dt = -dx$; $x=1 \Rightarrow t=3$; $x=3 \Rightarrow t=1$.

$$\int_1^3 f(4-x)dx = \int_3^1 f(t)(-dt) = \int_1^3 f(t)dt = \int_1^3 f(x)dx = 4.$$

+ Tính $\int_1^2 g(2x-1)dx$

Đặt $z = 2x-1 \Rightarrow dz = 2dx$; $x=1 \Rightarrow z=1$; $x=2 \Rightarrow z=3$.

$$\int_1^2 g(2x-1)dx = \frac{1}{2} \int_1^3 g(z)dz = \frac{1}{2} \int_1^3 g(x)dx = 1.$$

Vậy $\int_1^3 f(4-x)dx + 2 \int_1^2 g(2x-1)dx = 6.$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Một nhà máy sản xuất có ba dây chuyền sản xuất A, B, và C, với tỷ lệ sản xuất lần lượt là 50%, 30%, và 20%.

- Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của dây chuyền A là 1%, dây chuyền B là 2%, và dây chuyền C là 5%.

Câu 108: [EMPIRE TEAM] Nếu chọn ngẫu nhiên một sản phẩm lỗi, xác suất sản phẩm đó đến từ dây chuyền C là bao nhiêu:

- A. 4.6%.
- B. 46.7%.
- C. 45.6%.



D. 47.6%.

NOTE:

Gọi:

- A: Sự kiện sản phẩm được sản xuất bởi dây chuyền A, B, hoặc C.
- L: Sự kiện sản phẩm bị lỗi.

Dữ liệu bài toán:

- $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(C) = 0.2$.
- $P(L|A) = 0.01, P(L|B) = 0.02, P(L|C) = 0.05$.

Sử dụng công thức Bayes:

$$P(C|L) = \frac{P(L|C)P(C)}{P(L)}$$

Với

$$P(L) = P(L|A)P(A) + P(L|B)P(B) + P(L|C)P(C)$$

$$\Rightarrow P(L) = (0.01)(0.5) + (0.02)(0.3) + (0.05)(0.2) = 0.005 + 0.006 + 0.01 = 0.021$$

Vậy xác suất sản phẩm lỗi đến từ dây chuyền C là 47.6%.

Câu 109: [EMPIRE TEAM] Xác suất để một sản phẩm ngẫu nhiên được chọn không bị lỗi là bao nhiêu

- A.** 97.9%.
- B.** 9.9%.
- C.** 7.9%.
- D.** 87.9%.

NOTE:

$$P(\bar{L}) = 1 - P(L) \Rightarrow P(\bar{L}) = 1 - 0.021 = 0.979$$

Câu 110: [EMPIRE TEAM] Nếu một sản phẩm được chọn từ dây chuyền A, xác suất nó không bị lỗi là bao nhiêu?

- A.** 99%.
- B.** 9%.
- C.** 10%.
- D.** 100%.

NOTE:

$$P(\bar{L}|A) = 1 - P(L|A) \Rightarrow P(\bar{L}|A) = 1 - 0.01 = 0.99$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$..

Câu 111: [EMPIRE TEAM] Giá trị của $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ là:

- A.** 19
- B.** -6
- C.** 3
- D.** 55

NOTE:

Sử dụng công thức tích vô hướng giữa 2 vecto trong tam giác ΔABC , ta có





$$\overrightarrow{AB} = (6; 0); \overrightarrow{BC} = (-1; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -6 + 0 = -6$$

Câu 112: [EMPIRE TEAM] Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác đã cho. Tính $3a - 6b$:

A. 2

B. 5

C. $2\sqrt{3}$

D. 1

NOTE:

Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác đã cho. Ta có:

$$\overrightarrow{AH} = (a + 3; b), \overrightarrow{BC} = (-1; 6), \overrightarrow{BH} = (a - 3; b), \overrightarrow{AC} = (5; 6)$$

Vì H là trực tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3 + 6b = 0 \\ 5a - 15 + 6b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 6b = 3 \\ 5a + 6b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Nên $3a - 6b = 1$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

$$\text{Cho hàm số } y = \begin{cases} \frac{2}{x-1}, x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1}, x \in [0; 2] \\ x^2 - 1, x \in (2, 5) \end{cases}$$

Câu 113: [EMPIRE TEAM] Tập xác định của hàm số là:

A. $(0; 5)$

B. $(-\infty; 5)$

C. $(2; 5)$

D. $[0, 2]$

NOTE:

Tập xác định của hàm số là $(-\infty; 5)$.

Câu 114: [EMPIRE TEAM] Tính $f(0) + f(-1)$:

A. 0

B. 1

C. -1

D. 2

NOTE:

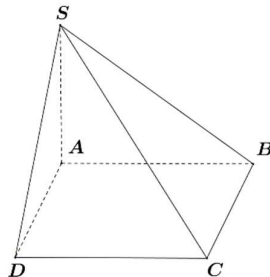
Với $x = 0$ ta có $f(0) = \sqrt{0+1} = 1$

Với $x = -1$ ta có $f(-1) = -1$

Vậy $f(0) + f(-1) = 0$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$, $AB = a\sqrt{3}$.



Câu 115: [EMPIRE TEAM] Mặt phẳng vuông góc với AD :

- A. $AD \perp (SAC)$
- B. $AD \perp (SAD)$
- C. $AD \perp (SAB)$
- D. $AD \perp (SCB)$

NOTE:

Ta có $AD \perp AB$ và $AD \perp SA$ nên $AD \perp (SAB)$

Câu 116: [EMPIRE TEAM] Mặt phẳng vuông góc với AB :

- A. $AB \perp (SAD)$
- B. $AB \perp (SAC)$
- C. $AB \perp (SBC)$
- D. $AB \perp (ABCD)$

NOTE:

Ta có $AB \perp AD$ và $AB \perp SA$ nên $AB \perp (SAD)$

Câu 117: [EMPIRE TEAM] Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$:

- A. 60°
- B. 30°
- C. 90°
- D. 45°

NOTE:

Ta có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$AB \perp BC$



$$BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SBA}$

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-6}{-13}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2025 = 0$.

Câu 118: [EMPIRE TEAM] Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . :

A. $\vec{n} = (1; 2; -2)$

B. $\vec{n} = (1; 2; 2)$

C. $\vec{n} = (1; -2; -2)$

D. $\vec{n} = (-1; -2; -2)$

NOTE:

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; -2)$.

Câu 119: [EMPIRE TEAM] Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (5; 12; -13)$ và $\vec{n} = (1; -2; -2)$:

A. $\frac{7}{\sqrt{2}}$

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $\frac{49}{39\sqrt{2}}$

D. $\frac{7}{39\sqrt{2}}$

NOTE:

$$\cos(\vec{u}, \vec{n}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{7}{13\sqrt{2} \cdot 3} = \frac{7}{39\sqrt{2}}$$

Câu 120: [EMPIRE TEAM] Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P)

A. 2°

B. 11°

C. 7°

D. 6°

NOTE:



$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|} = \frac{7}{39\sqrt{2}} \Rightarrow (\Delta, (P)) \approx 7^\circ$$

số và các tệ nạn xã hội.

LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TEAM EMPIRE



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 5

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

- A. 15.
- B. 20.
- C. 25.
- D. 30.

NOTE:

Chọn B

Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán;

x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán

z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử

Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$

Sửa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \\ b + y + z + 5 = 18 & (2) \\ c + x + y + 5 = 20 & (3) \\ x + y + z + a + b + c + 5 = 39 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta có

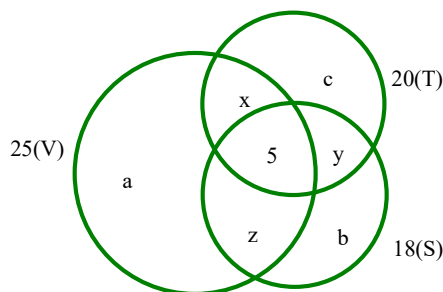
$$a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63 \quad (5)$$

Từ (4) và (5) ta có

$$a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = 20$$

Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.



Câu 62: [EMPIRE TEAM] Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

- A. 4 xe A và 5 xe B.

B. 5 xe A và 6 xe B.

C. 5 xe A và 4 xe B.

D. 6 xe A và 4 xe B.

NOTE:

Chọn C

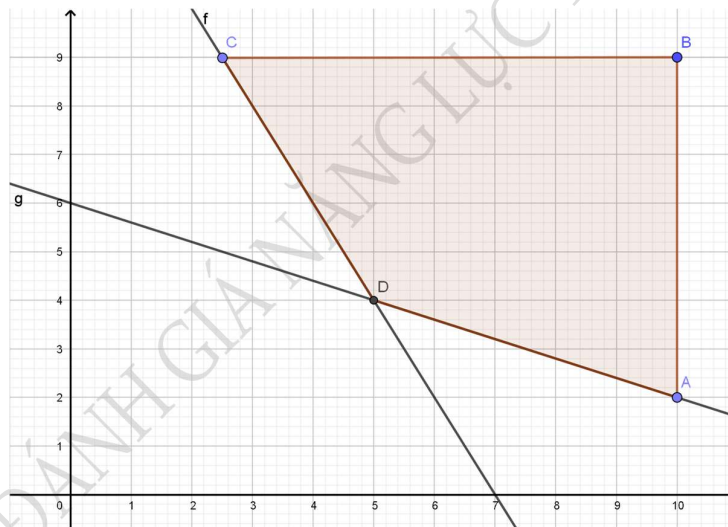
Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$ (người).

Xe A chở được 0,6 tấn hàng, xe B chở được 1,5 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,6x + 1,5y$ (tấn).

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \quad (*) \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases}$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác ABCD kể cả miền trong của tứ giác (như hình vẽ trên).

Biểu thức $T = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác ABCD.

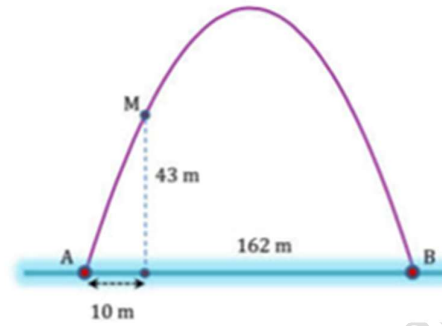
Tại các đỉnh $A(10; 2); B(10; 9); C(\frac{5}{2}; 9); D(5; 4)$, ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Khi đó $T_{\min} = 32$ (triệu đồng).

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng

A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



- A. 175,6 m.
- B. 197,5 m.
- C. 210 m.
- D. 185,6 m.

NOTE:

Chọn D

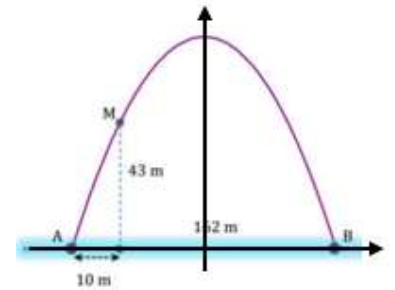
Gắn hệ tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ trùng với trung điểm của AB , tia AB là chiều dương của trục hoành (hình vẽ).

Parabol có phương trình $y = ax^2 + c$, đi qua các điểm: $B(81;0)$

và $M(-71;43)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 81^2 a + c = 0 \\ 71^2 a + c = 43 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{81^2 \cdot 43}{81^2 - 71^2} \approx 185.6$$

Suy ra chiều cao của cổng là $c \approx 185,6$ m.

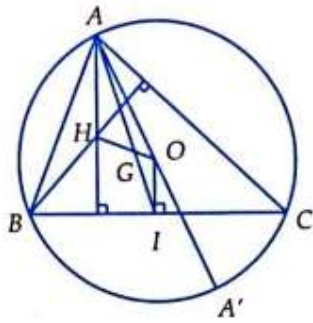


Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho ΔABC với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để H, O, G thẳng hàng?

- A. $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2} \overrightarrow{OG}$
- B. $\overrightarrow{HO} = 3 \overrightarrow{OG}$
- C. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{GH}$
- D. $2 \overrightarrow{GO} = -3 \overrightarrow{OH}$

NOTE:

Đáp án C



Ta có $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ (1)

Gọi I là trung điểm BC, A' đối xứng với A qua O.

Dễ thấy $HBA'C$ là hình bình hành

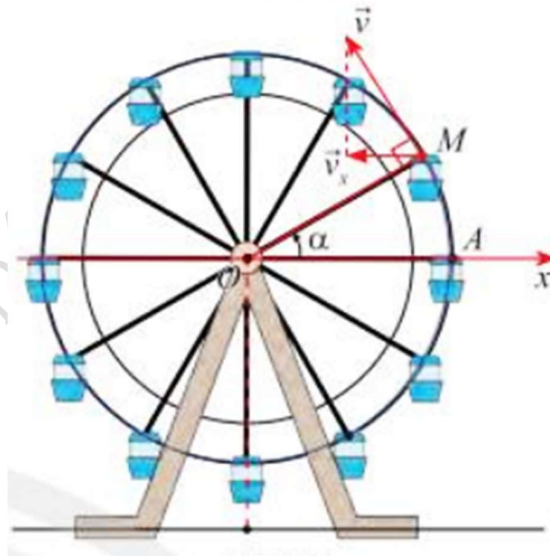
$$\Leftrightarrow \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{HA'} \Leftrightarrow \vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{HA} + \vec{HA'} = 2\vec{HO}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{HO} + \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 2\vec{HO} \Leftrightarrow \vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$$
 (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \vec{OH} = 3\vec{OG} \Leftrightarrow \vec{OG} + \vec{GH} = 3\vec{OG} \Leftrightarrow \vec{GH} = 2\vec{OG} \Leftrightarrow \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{GH}$.

Nhận xét: Đường thẳng đi qua 3 điểm trực tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường O – le.

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Khi đu quay hoạt động, vận tốc $\vec{v}$ của cabin M theo phương tiếp xúc với vòng quay có độ lớn không đổi là $0,2(m/s)$. Giả sử $\alpha = (Ox, OM)$, $\vec{v}_x$ là vận tốc của cabin M theo phương ngang phụ thuộc góc α . Khi đu quay hoạt động, giá trị lớn nhất của v_x là bao nhiêu?



A. 0.1

B. 0.2

C. 0.3

D. 0.4

NOTE:

Trả lời: 0,2

Đặt $\vec{MN} = \vec{v}$ và $\vec{MP} = \vec{v}_x$. Ta có $v_x = |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{MN}, \vec{MP}) = 0,2 \cdot \sin \alpha$.



$|v_x| = 0,2, |\sin \alpha| \leq 0,2$. Nên giá trị lớn nhất của v_x khi đu quay hoạt động là $0,2 \text{ (m/s)}$

. Khi đó $\sin \alpha = \pm 1 \Leftrightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$. Chọn đáp án: GTLN là 0.2

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 66 đến 68

Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau

khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi hàm số có công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} \text{ (mg/L)}$

. Khi đó

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau 3 giờ là?

A. 0,3 mg/L

B. 0,5 mg/L.

C. 0,7 mg/L

D. 0,9 mg/L.

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân tăng trong khoảng thời gian nào?

A. $t \in (0; 1)$.

B. $t \in (0,5; 1,5)$.

C. $t \in (1,5; 2)$.

D. $t \in (0,5; 2)$

NOTE: Xét hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}, (t > 0) \Rightarrow c(3) = \frac{3}{3^2 + 1} = \frac{3}{10}$.

$$c'(t) = \frac{t^2 + 1 - 2t^2}{(t^2 + 1)^2} = \frac{1 - t^2}{(t^2 + 1)^2}. c'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} (t > 0)$.

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$	0	$\frac{1}{2}$	0

Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân tăng trong khoảng thời gian $t \in (0; 1)$

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất khi t bằng bao nhiêu?

A. 1 phút

B. 60 phút.

C. 30 phút.

D. 45 phút

NOTE: Bảng biến thiên của hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ ($t > 0$).

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$	0	$\frac{1}{2}$	0

Với $t = 1$ giờ = 60 phút thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 69 đến 70

Cho hàm số $y = f(x) = \log_2(x^2 - 3x + 2)$

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- i) Hàm số xác định trên khoảng $(2; +\infty)$.
- ii) Hàm số luôn có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 0]$.
- iii) Trên đoạn $[-1; 0]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1.

A. 0

B. 1

C. 2.

D. 3

NOTE:

(i) đúng do hàm số có tập xác định $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

(ii) đúng vì $[-1; 0] \subset D$ và hàm số liên tục trên $[-1; 0]$ nên luôn tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn này.

(iii) đúng vì $f(x) = \log_2(x^2 - 3x + 2) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x + 2)\ln 2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \notin [-1; 0].$$

$$f(-1) = \log_2 6$$

$$f(0) = 1 < \log_2 6$$

$$\text{Vậy } \min_{[-1; 0]} f(x) = 1.$$

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Gọi m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $g(x) = 2^{f(x)} + m$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[3; 4]$ bằng -3 . Khi đó m_0 có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. -3 .

C. 2

D. 1



NOTE:

$$D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \text{ chứa } [3; 4].$$

$$g(x) = 2^{f(x)} + m = 2^{\log_2(x^2 - 3x + 2)} + m = x^2 - 3x + 2 + m.$$

Có $g'(x) = 2x - 3, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \notin [3; 4]$. Mà hàm số đồng biến trên $[3; 4]$ nên

$$\min_{[3; 4]} g(x) = g(3) = 2 + m.$$

Theo đề ta có $2 + m = -3 \Leftrightarrow m = -5$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 71 đến 73

Để kiểm tra chất lượng nước uống đóng chai của ba phân xưởng X, Y, Z, đoàn kiểm tra lấy ngẫu nhiên 7 chai nước của phân xưởng X, 4 chai nước của phân xưởng Y và 5 chai nước của phân xưởng Z. Sau đó lấy ngẫu nhiên 4 chai nước từ 16 chai ở trên để kiểm tra hàm lượng fluor theo quy định.

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Số cách chọn 4 chai nước từ 16 chai của ba phân xưởng X, Y, Z để phân tích là:

A. 1960.

B. 1820.

C. 1920.

D. 1880.

NOTE:

Tổng số chai nước là: $7 + 4 + 5 = 16$ chai

Số chai nước cần chọn để phân tích là 4 chai từ 16 chai là: $C_{16}^4 = 1820$

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Xác suất để cả ba phân xưởng X, Y, Z đều có chai nước được chọn để phân tích là:

A. 33,3%.

B. 66,7%.

C. 25,0%.

D. 50,0%.

NOTE:

Tổng số cách chọn 4 chai từ 16 chai là: $C_{16}^4 = 1820$

Để chọn 4 chai từ 3 phân xưởng X, Y, Z ta chia các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Chọn 1 chai từ X, 1 chai từ Y và 2 chai từ Z.

Chọn 1 chai từ 7 chai tại phân xưởng X có: 7 cách

Chọn 1 chai từ 4 chai tại phân xưởng Y có: 4 cách

Chọn 2 chai từ 5 chai tại phân xưởng Z có: 10 cách

Tổng số cách chọn chai cho trường hợp này là: $7 \times 4 \times 10 = 280$ cách

Trường hợp 2: Chọn 1 chai từ X, 2 chai từ Y và 1 chai từ Z.

Chọn 1 chai từ 7 chai tại phân xưởng X có: 7 cách

Chọn 2 chai từ 4 chai tại phân xưởng Y có: 6 cách

Chọn 1 chai từ 5 chai tại phân xưởng Z có: 5 cách



Tổng số cách chọn chai cho trường hợp này là: $7 \times 6 \times 5 = 210$ cách

Trường hợp 3: Chọn 2 chai từ X, 1 chai từ Y và 1 chai từ Z.

Chọn 2 chai từ 7 chai tại phân xưởng X có: 21 cách

Chọn 1 chai từ 4 chai tại phân xưởng Y có: 4 cách

Chọn 1 chai từ 5 chai tại phân xưởng Z có: 5 cách

Tổng số cách chọn chai cho trường hợp này là: $21 \times 4 \times 5 = 420$ cách

Vậy tổng số cách chọn sao cho cả ba phân xưởng X, Y, Z đều có chai nước được chọn để phân tích là: $420 + 280 + 210 = 910$ cách

Từ đó, xác suất cần tìm là: $P = \frac{910}{1820} = 0.5 = 50\%$

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Xác suất để phân xưởng X có ít nhất một chai nước được chọn để phân tích là:

A. 93,1%.

B. 6,9%.

C. 25,0%.

D. 75,0%.

NOTE:

Để phân xưởng X không có chai nào được chọn, ta phải chọn 4 chai từ 9 chai còn lại (tổng số chai từ phân xưởng Y và Z, tức là 4 chai từ Y và 5 chai từ Z). Số cách chọn 4 chai từ 9 chai này là: $C_9^4 = 216$

Vậy có 216 cách chọn 4 chai mà không có chai nào từ phân xưởng X.

Do đó, xác suất để phân xưởng X có ít nhất một chai nước được chọn để phân tích là

$P = 1 - \frac{216}{1820} = 0.931 = 93,1\%$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 74 đến 75

Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3.

B. 12,5.

C. 15.

D. 18,5.

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 10,75.

B. 4,75.

C. 4,63.

D. 4,38.

NOTE:





Chọn B

Cỡ mẫu là $n = 56$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[12, 5; 15, 5)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 2; a_2 = 12, 5; m_2 = 12; m_1 = 3, a_3 - a_2 = 3$ và ta có

$$Q_1 = 12, 5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15, 25$$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[18, 5; 21, 5)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 4; a_4 = 18, 5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$

$$\text{và ta có } Q_3 = 18, 5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 4, 75$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 76 đến 77

$$\text{Cho hàm số: } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+2)}{x-1}$

A. 0

B. 1

C. không xác định.

D. 3

NOTE:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+2) = 3$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x = 1$

A. 0

B. 1

C. 2.

D. 3

NOTE:

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết thì ta có $3 + m = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

$$\text{Suy ra } 3 + m = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+2) = 3 \Leftrightarrow m = 0.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 78 đến 79

Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Tính số hạng u_4

- A. 2
- B. 3.
- C. 24
- D. 12

NOTE:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q^4 = 51 \\ u_1 q + u_1 q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 (1 + q^4) = 51 & (1) \\ u_1 q (1 + q^4) = 102 & (2) \end{cases}$$

Nhận xét: Nếu $u_1 = 0$ hay $q = 0$ thì (1) và (2) đều không thoả mãn, vì vậy ta có $u_1 q \neq 0$.

Chia theo vế (2) cho (1), ta được: $q = 2$.

Thay $q = 2$ vào (1) suy ra $u_1 = \frac{51}{1+2^4} = 3$.

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Khi đó: $u_4 = 3 \cdot 2^3 = 24$

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Tính tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là

- A. 12288
- B. 765.
- C. 685
- D. 721

NOTE:

$$\text{Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là: } S_8 = \frac{u_1 (1 - q^8)}{1 - q} = \frac{3 \cdot (1 - 2^8)}{1 - 2} = 765.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 80 đến 81

Công thức $h = -19,4 \cdot \log \frac{P}{P_0}$ là mô hình đơn giản cho phép tính độ cao h so với mặt

nước biển của một vị trí trong không trung (tính bằng kilômét) theo áp suất không khí

P tại điểm đó và áp suất P_0 của không khí tại mặt nước biển (cùng tính bằng Pa – đơn vị áp suất, đọc là Pascal).

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Nếu áp suất không khí ngoài máy bay bằng $\frac{1}{2} P_0$ thì máy bay đang ở độ cao xấp xỉ bao nhiêu km?

- A. 14
- B. 6
- C. 8
- D. 12

NOTE:



Độ cao của máy bay khi áp suất không khí ngoài máy bay bằng $\frac{1}{2}P_0$ là:

$$h = -19,4 \cdot \log \frac{\frac{1}{2}P_0}{P_0} = -19,4 \cdot \log \frac{1}{2} \approx 5,84 \text{ (km)}$$

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi A bằng $\frac{4}{5}$ lần áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi B. Ngọn núi nào cao hơn và cao hơn bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

- A. 1,9 km.
- B. 2,1 km.
- C. 7,5 km.
- D. 4,8 km.

NOTE:

Độ cao của ngọn núi A là: $h_A = -19,4 \cdot \log \frac{P_A}{P_0}$

Độ cao của ngọn núi B là: $h_B = -19,4 \cdot \log \frac{P_B}{P_0}$

Áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi A bằng $\frac{4}{5}$ lần áp suất không khí tại đỉnh của

ngọn núi B nên ta có: $P_A = \frac{4}{5}P_B \Leftrightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{4}{5}$

Ta có:

$$\begin{aligned} h_A - h_B &= \left(-19,4 \cdot \log \frac{P_A}{P_0} \right) - \left(-19,4 \cdot \log \frac{P_B}{P_0} \right) = -19,4 \cdot \log \frac{P_A}{P_0} + 19,4 \cdot \log \frac{P_B}{P_0} \\ &= -19,4 \log \left(\frac{P_A}{P_0} : \frac{P_B}{P_0} \right) = -19,4 \log \frac{P_A}{P_B} = -19,4 \log \frac{4}{5} \approx 1,88 \text{ (km)} \end{aligned}$$

Vậy ngọn núi A cao hơn ngọn núi B 1,88km

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 82 đến 83

Cho các hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ và $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 3$ là

- A. $\frac{11}{2}$
- B. 11
- C. $\frac{11}{3}$

D. $\frac{8}{3}$

NOTE: :

$$\text{Ta có : } 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 3$ là:

$$\int_2^3 |2x^2 - 4x + 1| dx = \frac{11}{3}.$$

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$, $x = 0$, $x = 4$ là bao nhiêu?

A. 20

B. 22

C. 24.

D. 26

NOTE:

$$\text{Ta có : } -x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$, $x = 0$, $x = 4$ là:

$$S = \int_0^4 |3x^2 - 6x| dx = \int_0^2 (6x - 3x^2) dx + \int_2^4 (3x^2 - 6x) dx = 24.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 84 đến 85

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 2; -3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B .

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Bán kính R của mặt cầu (S) là

A. 4.

B. 10.

C. $\sqrt{14}$.

D. 2

NOTE:

$$\text{Gọi } I(a; 0; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{IA} = (1 - a; 1; 2); \overline{IB} = (3 - a; 2; -3).$$

Vì (S) đi qua hai điểm A, B nên

$$IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(1 - a)^2 + 5} = \sqrt{(3 - a)^2 + 13} \Leftrightarrow 4a = 16 \Leftrightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow (S) \text{ có tâm } I(4; 0; 0), \text{ bán kính } R = IA = \sqrt{14}.$$

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Cho $(P): 2x - y + 2x - 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn này.



- A. 2.
- B. 4.
- C. $\sqrt{10}$.
- D. 12

NOTE:

Khi đó, phương trình mặt cầu (S) là $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 14 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.

$$\text{Ta có: } d(I, (P)) = \frac{|2.4 - 0 + 2.0 - 2|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2.$$

$$\Rightarrow d(I, (P)) < R.$$

Vậy (S) cắt (P) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính

$$r = \sqrt{R^2 - d(I, (P))^2} = \sqrt{14 - 4} = \sqrt{10}$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 86 đến 88

Vào ngày 31 tháng 12 hàng năm người ta thực hiện thống kê số lượng chuột túi xám trên một hòn đảo. Năm 2018 thống kê được số chuột túi xám là 400 con, năm 2022 số chuột túi xám là 600 con. Giả sử, số lượng chuột túi xám tính được xác định xấp xỉ theo hàm số mũ $P = P_0 e^{kT}$, trong đó k là một hằng số, P_0 là số chuột túi xám tại thời điểm gốc năm 2018 ($t = 0$), P là số chuột túi xám tại thời điểm t tính từ gốc (t tính theo đơn vị năm).

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Số chuột túi xám trên đảo năm 2025 là:

- A. 735.
- B. 800.
- C. 813.
- D. 900.

NOTE:

$$P = 400.e^{k.T}$$

$$\Rightarrow 400.e^{4.k} = 600 \Rightarrow k = \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow P(2025) = 400.e^{7k} \approx 813$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Vào năm nào số chuột túi xám ở trên đảo tăng gấp đôi so với năm 2022?

- A. 2028
- B. 2029
- C. 2034
- D. 2033

NOTE:

Gọi số năm kể từ 2018 mà khi đó số chuột gấp đôi năm 2022 là n .

Khi đó:

$$P(n) = 400.e^{k.n} = 1200$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln 3}{\frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}} \approx 11$$

Vậy vào năm 2029 thì số chuột túi xám ở trên đảo tăng gấp đôi so với năm 2022.

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Trên đảo, ngoài loài chuột túi xám còn có loài chuột túi đỏ sinh sống, theo thống kê ở thời điểm 31 tháng 12 năm 2018 số lượng chuột túi đỏ là 1200 con. Biết số lượng chuột túi đỏ giảm 5% mỗi năm. Vào năm nào thì số chuột túi xám sẽ gấp đôi số chuột túi đỏ?

A. 2028

B. 2030

C. 2031

D. 2032

NOTE:

Số chuột túi xám: $400.e^{t \cdot \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}}$

Số chuột túi đỏ: $1200(1 - 5\%)^t$

Khi số lượng chuột túi xám gấp đôi số đỏ:

$$\frac{400.e^{t \cdot \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}}}{1200(1 - 5\%)^t} = 2 \Rightarrow t \approx 12 \text{ (năm)}$$

Vậy năm 2030 là năm cần tìm

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 89 đến 90

Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $AB = a$, cạnh bên $AA' = 2a$.

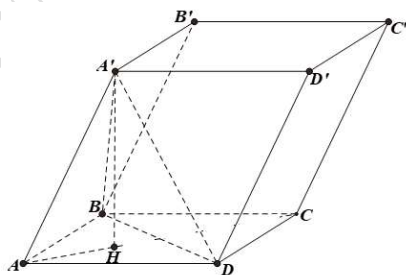
Câu 89: [EMPIRE TEAM] Khoảng cách giữa hai đáy lớn nhất là:

A. $2a$

B. $a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. a



Giả sử H là hình chiếu vuông góc của A' xuống đáy $ABCD$

Ta có $A'H \perp AH$ nên tam giác AHA' là tam giác vuông tại H nên $A'H \leq A'A = 2a$

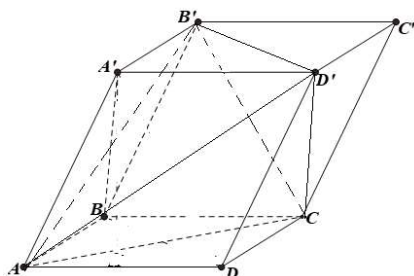
Mà $A'H = d(A', (ABCD)) = d((A'B'C'D'), (ABCD))$



Vậy khoảng cách giữa hai đáy lớn nhất là $2a$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Thể tích của tứ diện $ACB'D'$ đạt giá trị lớn nhất bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$.
- B. $2a^2$.
- C. $3a^3$.
- D. $\frac{3a^3}{2}$



$$\text{Ta có } V_{B.ACB'} = V_{B'.ACB} = \frac{1}{3} \cdot d(B', (ABCD)) \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$\text{Tương tự } V_{C'.B'D'C} = V_{A'.AB'D'} = V_{D.AD'C} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

Do đó

$$\begin{aligned} V_{ACB'D'} &= V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{B.ACB'} - V_{C'.B'D'C} - V_{A'.AB'D'} - V_{D.AD'C} \\ &= V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4 \cdot \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} \\ &= \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} A'H \cdot S_{ABCD} \leq \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 = \frac{2a^3}{3}$$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 6

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Cho $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$. Tập hợp $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ bằng?

A. $\{0; 1; 5; 6\} \dots$

B. $\{1; 2\} \dots$

C. $\{2; 3; 4\} \dots$

D. $\{5; 6\} \dots$

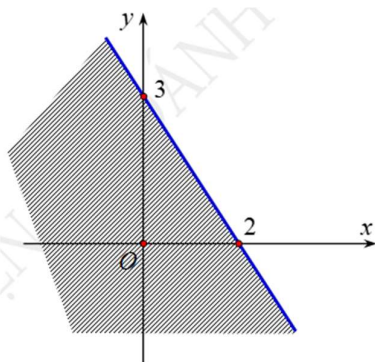
NOTE:

Chọn A

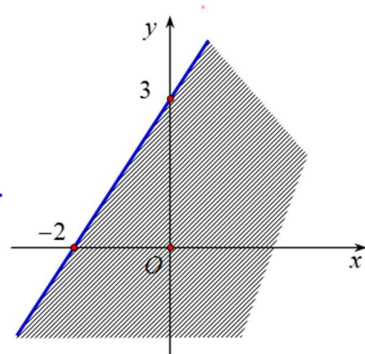
$$A = \{0; 1; 2; 3; 4\}, B = \{2; 3; 4; 5; 6\}.$$

$$A \setminus B = \{0; 1\}, B \setminus A = \{5; 6\} \Rightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{0; 1; 5; 6\}.$$

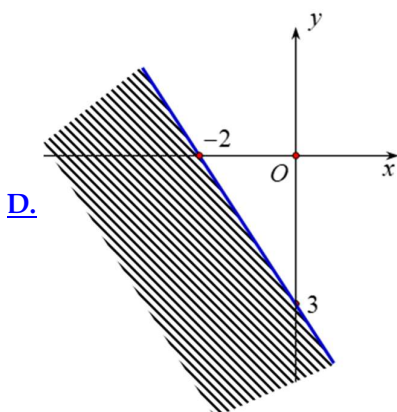
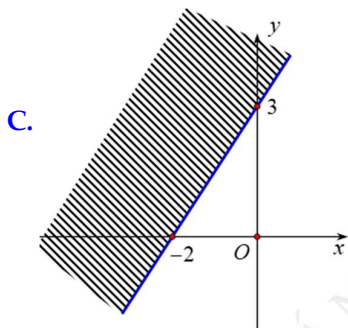
Câu 62: [EMPIRE TEAM] Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là



A.



B.



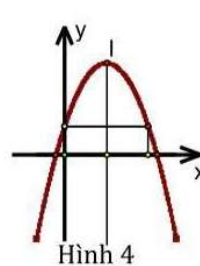
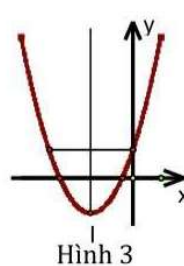
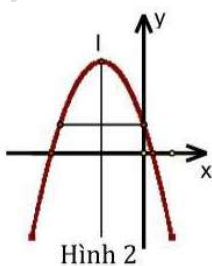
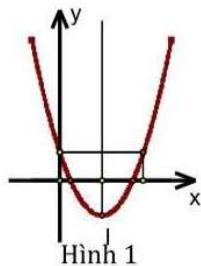
NOTE:

Chọn D.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0; b < 0; c > 0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



A. hình (4).

B. hình (3).

C. hình (2).

D. hình (1).

NOTE:

Chọn C

Vì $a < 0$ nên đồ thị có bề lõm hướng xuống dưới $\Rightarrow$ loại hình (1), hình (3).

$a < 0; b < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0$ nên trục đối xứng của (P) nằm bên trái trục tung. Vậy hình (2)

thỏa mãn nên chọn đáp án C.

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Số giá trị m để bất phương trình sau đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$:

$$(m-3)x^2 + (m-3)x - 1 < 0.$$

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

NOTE:

Đặt $f(x) = (m-3)x^2 + (m-3)x - 1$

TH1: $m-3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$. Thay $m = 3$ vào bất phương trình ta được:

$$-1 < 0, \forall x \text{ (nhận)}$$

TH2: $m-3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$

Để bất phương trình $f(x) < 0$ nghiệm đúng với mọi $x \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ m^2 - 2m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ -1 < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3$$

Vậy có 4 giá trị m thỏa.

Chọn D.

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian t trong một ngày $(0 \leq t \leq 24)$

cho bởi công thức $h(t) = a + b \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right)$ ($a > 0; b > 0$). Biết rằng mực nước của con

kênh vào lúc 4 sáng là $9,5(m)$ và mực nước thấp nhất của con kênh là $8(m)$. Hỏi mực nước của con kênh vào lúc 4 giờ chiều là nhiều mét?

A. 9,5.

B. 8.

C. 12,5.

D. 11.

NOTE:

Trả lời: 12,5

Vì mực nước của con kênh vào lúc 4 sáng là $9,5(m)$ nên ta có:

$$a + b \cos\left(\frac{\pi \cdot 4}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 9,5 \Leftrightarrow a - \frac{1}{2}b = 9,5.$$

Mà $a > 0; b > 0$ và $-1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$ nên $h(t)_{\min} = a - b \Rightarrow a - b = 8.$

$$\Rightarrow \text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} a - \frac{1}{2}b = 9,5 \\ a - b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = 3 \end{cases}$$



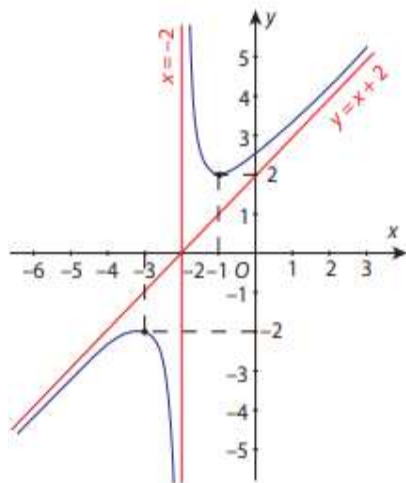
$$\Rightarrow h(t) = 11 + 3 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) \quad (a > 0; b > 0).$$

Vậy mực nước của con kênh vào lúc 4 giờ chiều là:

$$h(16) = 11 + 3 \cos\left(\frac{\pi \cdot 16}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 12,5(m).$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 66 đến 67

Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ:



Câu 66: [EMPIRE TEAM] Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Đường cong trong hình bên trên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A. $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x + 2}.$
- B. $y = x^3 - 3x^2.$
- C. $y = \frac{-2x + 1}{x + 2}.$
- D. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}.$

NOTE:

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm phân thức bậc 2/ bậc 1 có tiệm cận đứng là $x = -2$ và tiệm cận xiên là $y = x + 2$. Do đó đáp án đúng là A

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 68 đến 70

Cho hàm số $y = f(x) = 7^{x^3 - x^2 - x - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Biểu thức tính đạo hàm đúng của hàm số trên là?

- A. $f'(x) = (x^3 - x^2 - x - 1)7^{x^3 - x^2 - x - 2}$.
- B. $f'(x) = 7^{x^3 - x^2 - x - 2}$
- C. $f'(x) = (3x^2 - 2x - 1)7^{x^3 - x^2 - x - 2}$
- D. $f'(x) = (3x^2 - 2x - 1)7^{x^3 - x^2 - x - 2} \ln 7$

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Hàm số $y = f(e^x)$ đạt cực tiểu tại điểm:

- A. $x = 1$.
- B. $x = 0$.
- C. $x = -\frac{1}{3}$.
- D. $x = 3$

NOTE:

Ta có: $y' = [f(e^x)]' = e^x \cdot f'(e^x) = e^x \cdot (3e^{2x} - 2e^x - 1) \cdot 7^{e^{3x} - e^{2x} - e^x - 1} \cdot \ln 7$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3e^{2x} - 2e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 1 \\ e^x = -\frac{1}{3} (L) \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		-	0	+	

Hàm số $y = f(e^x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm:

- A. $x = 1$.
- B. $x = 0$.
- C. $x = -\frac{1}{3}$.
- D. $x = 3$

NOTE:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2 - 2x - 1) \cdot 7^{x^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{1}{3}$.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 71 đến 73



Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-3;4;2)$,
 $B(-5;6;2)$, $C(-10;17;-7)$.

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Tọa độ trung điểm I của AB là

- A. $(-8;10;4)$
- B. $(2;2;0)$
- C. $(-4;5;2)$
- D. $(-1;2;5)$

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + (-5)}{2} = -4 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 + 6}{2} = 5 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-4;5;2).$$

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

- A. 26
- B. 13.
- C. 32.
- D. 28

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;2;0)$, $\overrightarrow{DC} = (-10 - x_D; 17 - y_D; -7 - z_D)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10 - x_D = -2 \\ 17 - y_D = 2 \\ -7 - z_D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -8 \\ y_D = 15 \\ z_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(-8;15;-7).$$

$\overrightarrow{AD} = (-5;11;-9)$. Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -2 \cdot (-5) + 2 \cdot 11 + 0 \cdot (-9) = 32$.

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Tọa độ trực tâm của tam giác ABD là

- A. $\left(\frac{-153}{11}; \frac{-100}{11}; \frac{118}{11}\right)$.
- B. $\left(\frac{-153}{11}; \frac{100}{11}; \frac{118}{11}\right)$.
- C. $\left(\frac{153}{11}; \frac{-100}{11}; \frac{118}{11}\right)$.
- D. $\left(\frac{153}{11}; \frac{-100}{11}; \frac{-118}{11}\right)$.

Gọi $H(a; b; c)$ là trực tâm của tam giác ABD . Do đó
$$\begin{cases} \overline{AH} \perp \overline{BD} \\ \overline{BH} \perp \overline{AD} \\ [\overline{AB}, \overline{AD}] \cdot \overline{AH} = 0 \end{cases}$$

$$\overline{AH} = (a+3; b-4; c-2), \overline{BH} = (a+5; b-6; c-2), \overline{BD} = (-3; 9; -9), \overline{AD} = (-5; 11; -9),$$

$$\overline{AB} = (-2; 2; 0).$$

$$[\overline{AB}, \overline{AD}] = (-18; -18; -12).$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -3(a+3) + 9(b-4) - 9(c-2) = 0 \\ -5(a+5) + 11(b-6) - 9(c-2) = 0 \\ -18(a+3) - 18(b-4) - 12(c-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a + 9b - 9c = 27 \\ -5a + 11b - 9c = 73 \\ -18a - 18b - 12c = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-153}{11} \\ b = \frac{100}{11} \\ c = \frac{118}{11} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{-153}{11}; \frac{100}{11}; \frac{118}{11}\right).$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 74 đến 75

Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau.

Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Trung bình của mẫu số liệu trên có giá trị gần nhất giá trị nào dưới đây?

A. 11

B. 13

C. 15

D. 17

NOTE:

Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = 12,68$$

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5,98.

B. 6.

C. 2,44.

D. 2,5.



NOTE:

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{\frac{4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2}{25} - 12,68^2} \approx 2,44$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 76 đến 77

$$\text{Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ a^2x - \frac{7}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

- A. 1
- B. 0,5
- C. 0,75.
- D. 0,25

NOTE:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} = \frac{1}{4}$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Tìm giá trị lớn nhất của a để hàm số liên tục tại $x = 2$.

- A. $a_{\max} = 3$.
- B. $a_{\max} = 0$.
- C. $a_{\max} = 1$.
- D. $a_{\max} = 2$.

NOTE:

Chọn C

Ta cần có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$. (*)

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(2) = 2a^2 - \frac{7}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} = \frac{1}{4} \longrightarrow (*) \Leftrightarrow a = \pm 1 \longrightarrow a_{\max} = 1. \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(a^2x - \frac{7}{4} \right) = 2a^2 - \frac{7}{4} \end{cases}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 78 đến 79

Khi một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay, giả sử quãng đường người ấy rơi tự do (tính theo feet) trong mỗi giây liên tiếp theo thứ tự trước khi bung dù lần lượt là: 16; 48; 80; 112; 144; ... (các quãng đường này tạo thành cấp số cộng).



Hình 6

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Tính công sai của cấp số cộng trên

- A. 16
- B. 48.
- C. 80
- D. 32

NOTE:

$$d = 48 - 16 = 32$$

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Tính tổng chiều dài quãng đường rơi tự do của người đó trong 10 giây đầu tiên.

- A. 1600.
- B. 3200.
- C. 2800.
- D. 160

NOTE:

a) Công sai của cấp số cộng trên là: $d = 32$.

$$b) S_{10} = \frac{10 \cdot [2 \cdot 16 + (10 - 1) \cdot 32]}{2} = 1600.$$

Vậy tổng chiều dài quãng đường rơi tự do của người đó trong 10 giây đầu tiên là 1600 feet.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 80 đến 81

Độ pH của dung dịch được tính bởi công thức: $pH = -\log[H^+]$, với (H^+) là nồng độ của ion hydro (mol/L hay M).

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Nguồn nước của Vĩnh Hảo được lấy từ độ sâu 50m. Trải qua 3 tầng địa chất đá tổ ong – đất sét nứt – cát trắng. Sau khi được thu hoạch, nước sẽ đi qua quá trình xử lý tại nhà máy, để giữ lại các dưỡng chất cần thiết như K, Mg, Na, Ca, F, HCO_3 , SiO_3 . Nước khoáng Vĩnh Hảo có nồng độ H^+ là $0,32 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$. Độ pH của nước khoáng Vĩnh Hảo có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 8,5
- B. 9,5.
- C. 10,5.
- D. 11,5

NOTE:

$$\text{Độ } pH \text{ của nước khoáng Vĩnh Hảo là: } pH = -\log[H^+] = -\log[0,32 \cdot 10^{-8}] \approx 8,495.$$



Câu 81: [EMPIRE TEAM] Một loại trà sữa A có nồng độ H^+ gấp 30 lần nồng độ H^+ của nước khoáng Vĩnh Hảo. Tính độ H^+ của loại trà sữa đó.

A. 6

B. 7

C. 8.

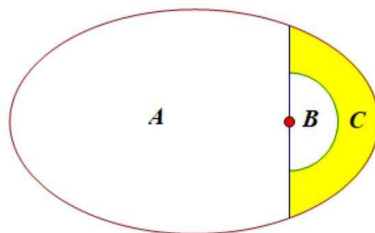
D. 9

NOTE:

Độ pH của trà sữa A là: $pH = -\log[H^+] = -\log[30.(0,32.10^{-8})] \approx 7,02$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 82 đến 83

Một bể bơi hình elip, có độ dài trục lớn bằng 10 m và trục nhỏ bằng 8 m. Khu vực A là hồ chứa nước, khu vực B là bậc thang lên xuống bể bơi, là nửa đường tròn có tâm là một tiêu điểm của elip, bán kính bằng 1. Phần còn lại là khu vực C người ta lát gạch như hình vẽ



Câu 82: [EMPIRE TEAM] Diện tích khu A xấp xỉ bao nhiêu m^2 ?

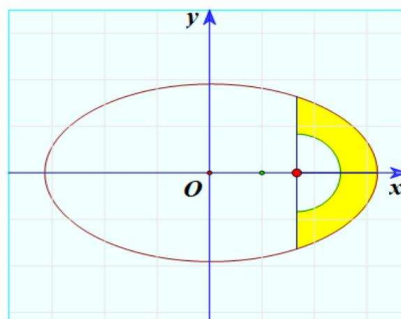
A. 45

B. 27.

C. 60

D. 54

NOTE:



Gọi phương trình chính tắc của elip có dạng là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b > 0$

Ta có độ dài trục lớn bằng 10 m nên $2a = 10 \Rightarrow a = 5$.

Độ dài trục nhỏ bằng 8 m nên $2b = 8 \Rightarrow b = 4$.

Vậy phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ suy ra tiêu cự $2c = 2\sqrt{a^2 - b^2} = 6 \Rightarrow c = 3$. Vậy tiêu điểm $B(3;0)$

Ta có phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{4}{5}\sqrt{25-x^2} \\ y = -\frac{4}{5}\sqrt{25-x^2} \end{cases}$

Khi đó diện tích khu A là $S = 2 \int_{-5}^3 \frac{4}{5} \sqrt{25-x^2} dx \approx 53,9 \text{ m}^2$.

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Chi phí lát gạch cho mỗi mét vuông là 400 nghìn đồng thì chi phí lát gạch ở khu C xấp xỉ là bao nhiêu triệu đồng

A. 3.

B. 4

C. 5

D. 6

NOTE:

Diện tích phần lát gạch ở khu C là

$$S = 2 \int_3^5 \frac{4}{5} \sqrt{25-x^2} dx - \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{8}{5} \int_3^5 \sqrt{25-x^2} dx - \frac{\pi}{2} \approx 7,375 \text{ m}^2.$$

Chi phí lát gạch khu C là: $T = S \cdot 400000 \approx 2950000$ đồng

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 84 đến 86

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và hai mặt phẳng

$$(Q): x + y - 3z - 5 = 0, (R): x + 2y - z - 1 = 0.$$

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{14}{\sqrt{11}}$

B. $\frac{7}{\sqrt{22}}$

C. $\frac{7}{\sqrt{11}}$.

D. $\frac{14}{\sqrt{22}}$

NOTE: $d(M; (Q)) = \frac{|1+0-3-5|}{\sqrt{1^2+1^2+3^2}} = \frac{7}{\sqrt{11}}$

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x + y + 3z + 2 = 0$

B. $x + y - 3z + 2 = 0$

C. $x + y + 3z - 2 = 0$.

D. $x + y - 3z - 2 = 0$

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 1; -3)$.



Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -3)$ có phương trình:

$$(x-1) + (y-0) - 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z + 2 = 0$$

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ và vuông góc với hai mặt phẳng

$(Q): x + y - 3z - 5 = 0$, $(R): x + 2y - z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $-5x + 2y + z + 9 = 0$

B. $5x - 2y + z - 9 = 0$

C. $5x - 2y - z + 9 = 0$

D. $-5x + 2y + z + 9 = 0$

Gọi mặt phẳng cần tìm là (P) .

Mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(Q), (R)$ nên (P) có cặp vector chỉ phương

là $\vec{n}_1 = (1; 1; -3)$, $\vec{n}_2 = (1; 2; -1)$. Do đó, mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là:

$$\vec{n} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (5; -2; 1)$$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; -2; 1)$ có

$$\text{phương trình: } 5(x-1) - 2(y+2) + (z-0) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y + z - 9 = 0.$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 87 đến 90

Để tiến hành một thí nghiệm sinh viên có 3 phương pháp để lựa chọn. Xác suất thực hiện thành công thí nghiệm này của các phương pháp lần lượt là 0.8; 0.65 và 0.6. Một sinh viên chọn một phương pháp bất kỳ và tiến hành 2 lần thí nghiệm độc lập. Gọi X là số lần thí nghiệm thành công.

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Tính xác suất để sinh viên chọn phương pháp 1 và cả 2 lần thí nghiệm đều thất bại.

A. 0.4633

B. 0.0233

C. 0.0133

D. 0.4533

NOTE:

- Gọi A_1 = "sinh viên chọn phương pháp 1"
- B = "hai lần thực hiện thí nghiệm đều thất bại"
- $P(A_1 | B) = P(A_1) \cdot P(B | A_1) = \frac{1}{3} \cdot 0,2^2 = 0,0133$

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Tính xác suất có 1 lần thất bại trong 2 lần thí nghiệm.

A. 0.2583

B. 0.4183

C. 0.0183

D. 0.9483

NOTE:

$$P(C) = P(A_1).P(C|A_1) + P(A_2).P(C|A_2) + P(A_3).P(C|A_3)$$

$$= \frac{1}{3}.0,8.0,2 + \frac{1}{3}.0,65.0,35 + \frac{1}{3}.0,6.0,4 = 0,4183$$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Cho ba biến cố, A, B, và C được định nghĩa trên không gian mẫu Ω . Biết rằng biến cố A và B là độc lập với nhau, các biến cố A và C xung khắc với nhau. Cho các xác suất sau $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.15$, $P(C) = 0.11$, và $P(B|C) = 0.21$. Tính $P(A + B + C)$.

A. 0.1419

B. 0.6919

C. 0.2419

D. 0.3219

NOTE:

- A và B độc lập nên $P(AB) = P(A).P(B) = 0,015$.
- A và C xung khắc nên $P(AC) = 0$ và $P(ABC) = 0$
- $P(BC) = P(C).P(B|C) = 0,0231$

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$

$$= 0,1 + 0,15 + 0,11 - 0,015 - 0 - 0,0231 + 0 = 0,3219$$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Cho A và B là hai biến cố với các xác suất như sau. $P(A) = 0.22$ và $P(A|B) = 0,15$. Tìm xác suất $P(B)$ sao cho A và B là độc lập.

A. 0.6818

B. 0.3918

C. 0.3418

D. 0.6218

NOTE:

$$P(AB) = P(A).P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{0,15}{0,22} = 0,6818$$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 7

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Hai xạ thủ X, Y độc lập với nhau bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của X, Y tương ứng là 0,7; 0,8. Xác suất để có duy nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là:

A. 0,24.

B. 0,38.

C. 0,50.

D. 0,56.

NOTE:

Gọi A = "Xác suất để chỉ có duy nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu". Khi này chỉ có 2 trường hợp:

Trường hợp 1: X bắn trúng Y bắn trượt.

Trường hợp 2: X bắn trượt Y bắn trúng.

$$\text{Vậy ta có } P(A) = P(X\bar{Y} + \bar{X}Y) = P(X\bar{Y}) + P(\bar{X}Y).$$

Vì biến cố X, Y là độc lập nên ta có

$$P(A) = P(X)P(\bar{Y}) + P(\bar{X})P(Y) = 0,7(1 - 0,8) + (1 - 0,7).0,8 = 0,38$$

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) = 0,45$, $P(B) = 0,75$,

$P(A \cap B) = 0,3$. Khi đó $P(A|B)$ bằng:

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

NOTE:

$$P(A) = 0,45$$

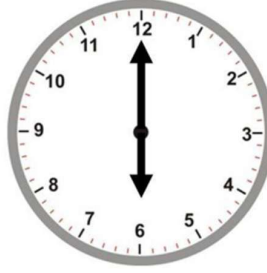
$$P(B) = 0,75$$

$$P(A \cap B) = P(\overline{AB}) = 0,4$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) - P(\overline{AB})}{P(B)} = \frac{0,45 - 0,4}{0,75} = 0,2$$

$$P(A) = P(AB) + P(\overline{AB})$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Lúc 6 giờ 00 sáng kim phút và kim giờ của đồng hồ tạo thành hai tia đối nhau. Biết rằng sau ít nhất x phút thì kim phút và kim giờ lại tạo thành hai tia đối nhau. Hỏi x gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 65,3

B. 65,5

C. 65,7

D. 65,9

NOTE:

$$\text{Tốc độ của kim phút } v_p = \frac{360}{60} = 6 (\text{độ/phút})$$

$$\text{Tốc độ của kim giờ } v_g = \frac{360}{720} = 0,5 (\text{độ/phút})$$

$$\text{Ban đầu ta có góc giữa kim giờ và kim phút là } \theta(x) = |180 - 5,5x|$$

$$\text{Với } x = 0 \text{ thì nó là thời điểm ban đầu, giải phương trình } \theta(x) = 180 \Rightarrow x = 65,45$$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Nghiên cứu về quá trình tăng trưởng của một quần thể sinh vật trong điều kiện môi trường sống hạn chế cho thấy: ban đầu số lượng cá thể tăng trưởng chậm, sau đó nhanh và cuối cùng khi thời gian đủ dài, số lượng cá thể của quần thể đạt đến trạng thái cân bằng, khi đó số lượng cá thể sinh ra xấp xỉ bằng số lượng chết đi. Số lượng cá thể N trong quần thể theo thời gian t (ngày) được mô hình hóa và xấp xỉ theo hàm

$$\text{số: } N(t) = \frac{16398 \cdot e^{0,5(t-9,19)}}{0,12 + e^{0,5(t-9,19)}}. \text{ Khi quần thể sinh vật trên đạt trạng thái cân bằng, số cá thể}$$

của quần thể **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

A. 9264

B. 136650

C. 16398

D. 224630

NOTE:



$$\text{Xét } \lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{16398 \cdot e^{0,5(t-9,19)}}{0,12 + e^{0,5(t-9,19)}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{16398}{\frac{0,12}{e^{0,5(t-9,19)}} + 1} = \frac{16398}{0 + 1} = 16398$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ là

- A. $2 \sin 2x$
- B. $2 \sin 4x$
- C. $2 \cos 2x$
- D. $\sin 4x$

NOTE:

$$y' = 2 \sin 2x \cdot (\sin 2x)' = 2 \sin 2x \cdot 2 \cos 2x = 2 \sin 4x$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 66-67

Cho cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$.

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Công bội của cấp số nhân bằng bao nhiêu?

- A. 2
- B. 1
- C. 0,5.
- D. 0,25

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 168 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 21 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 168 \\ u_1 \cdot q^3 + u_1 \cdot q^4 + u_1 \cdot q^5 = 21 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 168 \\ u_1 q^3(1 + q + q^2) = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{168}{1 + q + q^2} \\ q^3 = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 96 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho xấp xỉ bằng?

- A. 152.
- B. 192
- C. 212.
- D. 252

NOTE:

$$S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{96 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \right]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3069}{16}$$

Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 68-69

Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hàng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một

- A. tam giác.
- B. tứ giác.
- C. ngũ giác.
- D. lục giác.

NOTE:

Gọi x, y lần lượt là số gói thực phẩm loại X , loại Y mà bà Lan cần dùng trong một ngày.

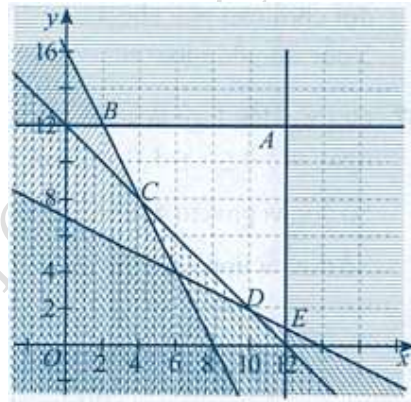
Ta có: $0 \leq x \leq 12, 0 \leq y \leq 12$.

Số đơn vị canxi được cung cấp là: $20x + 20y$. Ta có: $20x + 20y \geq 240$ hay $x + y \geq 12$.

Số đơn vị sắt được cung cấp là: $20x + 10y$. Ta có: $20x + 10y \geq 160$ hay $2x + y \geq 16$.

Số đơn vị vitamin B được cung cấp là: $10x + 20y$. Ta có: $10x + 20y \geq 140$ hay $x + 2y \geq 14$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác $ABCDE$ với $A(12;12)$, $B(2;12)$, $C(4;8)$, $D(10;2)$, $E(12;1)$.

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng a gói thực phẩm loại X và b gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất. Tính giá trị $a + b$

- A. 12.
- B. 24.
- C. 14.
- D. 13

NOTE:

Số tiền bà Lan dùng để mua các gói thực phẩm X, Y trong một ngày là: $T = 20x + 25y$.

Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 250 nghìn đồng tại $x = 10; y = 2$.



Vậy để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B nhưng với chi phí thấp nhất thì mỗi ngày bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y .

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 70-72

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C)

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Điểm đối xứng của đồ thị (C) là:

A. $(1;0)$.

B. $(1;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(2;0)$.

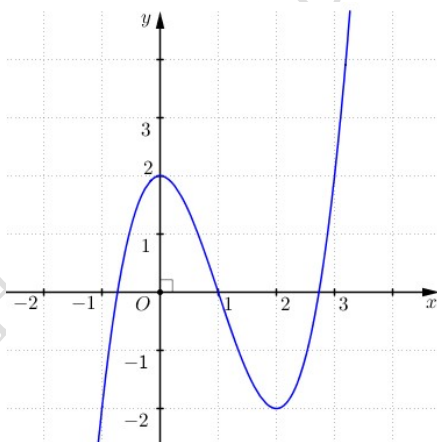
Câu 71: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 = m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 1

B. 2.

C. 3.

D. 4



Ta có phương trình $x^3 - 3x^2 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = m + 2$.

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m + 2$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m + 2 < 2 \Leftrightarrow -4 < m < 0$.

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-|x|^3 + 3x^2 + m = 0$ (2) có bốn nghiệm phân biệt?

A. 1

B. 2.

C. 3.

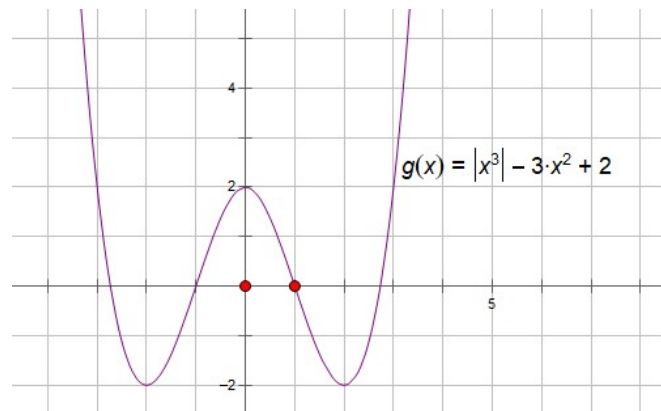
D. 4

NOTE: :

Ta có phương trình (2) $\Leftrightarrow |x|^3 - 3x^2 + 2 = m - 2$

$\Rightarrow$ số nghiệm của phương trình (2) chính là số giao điểm của hai đồ thị

$$\begin{cases} y = |x|^3 - 3x^2 + 2 & (C') \\ y = m - 2 & (\Delta) \end{cases}. \text{Dựa vào đồ thị } (C'), \text{ ta có:}$$



- $m - 2 < -2 \Leftrightarrow m < 0 \Rightarrow \Delta$ không cắt đồ thị (C') nên phương trình (2) vô nghiệm.
- $\begin{cases} m - 2 = -2 \\ m - 2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > 4 \end{cases} \Rightarrow \Delta$ cắt (C') tại hai điểm phân biệt nên phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt.
- $m - 2 = 2 \Leftrightarrow m = 4 \Rightarrow \Delta$ cắt (C') tại ba điểm phân biệt nên phương trình (2) có ba nghiệm phân biệt.
- $-2 < m - 2 < 2 \Leftrightarrow 0 < m < 4 \Rightarrow \Delta$ cắt (C') tại bốn điểm phân biệt nên phương trình (2) có bốn nghiệm phân biệt.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 73-74

Cho phương trình $(2 \log_3^2 x - \log_3 x - 1) \sqrt{4^x - m} = 0$

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Khi $m = \frac{1}{64}$, tổng các nghiệm của phương trình là:

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- B. 36
- C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D. 260

NOTE:

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_4 m \end{cases}$



$$(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1)\sqrt{4^x - m} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0 \\ 4^x - m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \log_4 m \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ x = \log_4 m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ x = \log_4 m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \log_4 m \end{cases}$$

Khi $m = \frac{1}{64}$, tổng các nghiệm của phương trình là: $-3 + 3 + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 64

B. 62.

C. Vô số

D. 61

NOTE:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_4 m \end{cases}$$

TH1: $m = 1$ thì $\log_4 m = 0$. Do đó $x > 0$.

Khi đó ta nhận nghiệm của phương trình $2\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0$.

Nhận giá trị $m = 1$.

$$\text{TH2: } m \geq 2 \text{ nên } x \geq \frac{1}{2}.$$

Để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thì $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq \log_4 m < 3$

$$\Rightarrow 4^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \leq m < 4^3$$

$$\Rightarrow m \in \{3; 4; \dots; 63\}$$

Vậy ta có 62 giá trị nguyên dương m .

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 75-76

Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Tính giá trị của $a + b$.

A. 8.

B. 6

C. 1

D. 7

$$\text{Ta có } \lim u_n = \lim \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}} = \lim \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{4}{7} \right)^n + 3 \left(\frac{3}{7} \right)^n}{7 + \frac{1}{5} \left(\frac{5}{7} \right)^n} = \frac{1}{7}.$$

Do đó suy ra $a = 1, b = 7 \Rightarrow a + b = 8$.

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Trong các khẳng định dưới đây, có bao nhiêu khẳng định đúng?

(i) $a - b = -7$

(ii) Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$

(iii) Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$

A. 0

B. 1.

C. 2.

D. 3

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 77-78

Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin^4 x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = a \cdot \sin 4x + b \cdot \sin 2x + c \cdot x$. Giá trị của $a + b + c$ bằng:

A. $-\frac{3}{32}$.

B. $\frac{3}{32}$.

C. $\frac{21}{32}$.

D. $\frac{5}{32}$.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 - 6}{18}$.

B. $\frac{\pi^2 - 3}{32}$.

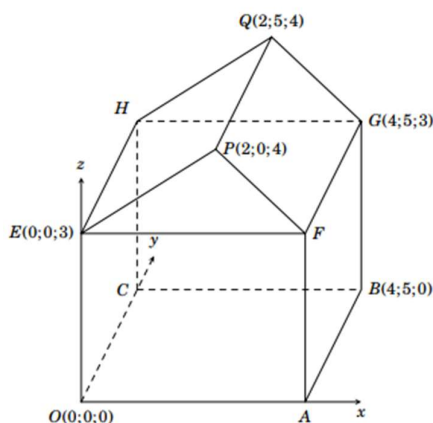
C. $\frac{3\pi^2 - 16}{64}$.

D. $\frac{3\pi^2 - 6}{112}$.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 79-81



Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật



Câu 79: [EMPIRE TEAM] Tọa độ của điểm H là

- A. $(4;0;0)$.
- B. $(5;0;0)$.
- C. $(0;5;3)$.
- D. $(5;0;4)$

NOTE:

Tường nhà là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5, z_H = z_E = 3$. Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm H là $(0;5;3)$.

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ gọi là góc dốc của mái nhà. Số đo của góc dốc của mái nhà bằng bao nhiêu độ? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

- A. 26,6.
- B. 63,4.
- C. 153,4
- D. 116,6

NOTE:

Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt phẳng lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

Ta có $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1), \overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$.

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Chiều cao của ngôi nhà là:

- A. 5
- B. 8.
- C. 2
- D. 4

NOTE:

Chiều cao bằng cao độ của điểm P . Suy ra $h = 4$.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 82-83

Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:

$$N(t) = 100e^{0,012t} \quad (N(t) \text{ được tính bằng triệu người}, 0 \leq t \leq 50)$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Dân số của quốc gia vào năm 2035 xấp xỉ bao nhiêu triệu người?

- A. 109
- B. 125.
- C. 115
- D. 105.

NOTE:

Dân số của quốc gia vào năm 2035 là: $N(12) = 100e^{0,012 \cdot 12} = 100e^{0,144} = 115,488$ (triệu người)

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vậy tốc độ tăng dân số của quốc gia đó đạt 1,6 triệu người/năm sau ít nhất bao nhiêu năm?

- A. 20
- B. 22.
- C. 24.
- D. 23

NOTE:

$$N'(t) = 1,2e^{0,012t}$$

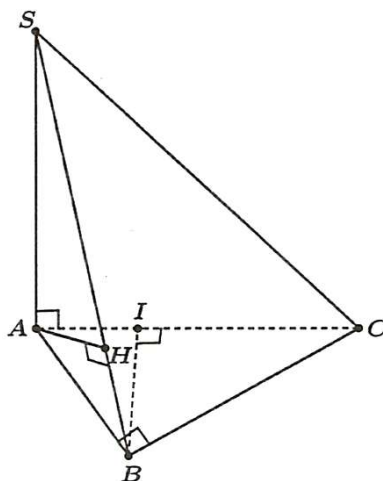
Với tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/ năm ta có:

$$1,6 = 1,2e^{0,012t} \Leftrightarrow e^{0,012t} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow t = \frac{250 \ln \frac{4}{3}}{3} \approx 23,97$$

Vậy sau ít nhất 24 năm thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/ năm

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 84-86

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B có $AB = 1, \widehat{ACB} = 30^\circ$. Biết SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB .



Câu 84: [EMPIRE TEAM] Tính khoảng cách từ điểm A đến cạnh SB.

A. $\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

D. 2

NOTE:

Vì $AH \perp SB$ nên $d(A, SB) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A , đường cao AH nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}$

$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

NOTE:

Trong mặt phẳng (ABC) , kẻ $BI \perp AC$ tại I .

Mặt khác $BI \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$, $BI \subset (ABC)$).

Vì vậy $BI \perp (SAC)$ hay $d(B, (SAC)) = BI$.

Tam giác ABI vuông tại I có: $\sin \widehat{BAC} = \frac{BI}{AB} \Rightarrow BI = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(B, (SAC)) = BI = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Tính thể tích khối chóp S.ABC

- A. $\frac{1}{3}$.
 B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
 C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

NOTE:

Tam giác ABC vuông tại B có: $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$.

Diện tích đáy hình chóp là: $S = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Chiều cao hình chóp $h = SA = 2$.

Thể tích khối chóp S.ABC là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (đơn vị thể tích).

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 87 đến 88

Người ta thống kê độ tuổi của một số công nhân trong xí nghiệp được cho bởi tần số sau:

Tuổi	25	26	27	28	30	32	33
Số công nhân	5	10	9	4	2	1	1

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Tìm phương sai của mẫu số liệu trong bảng trên (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị):

- A. 5.
 B. 2.
 C. 3.
 D. 4.

NOTE:

Số trung bình của mẫu số liệu trên: $\bar{X} = \frac{25+26+27+28+30+32+33}{32} = 27,03125$.

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{1}{32} (5 \cdot 25^2 + 10 \cdot 26^2 + 9 \cdot 27^2 + 4 \cdot 28^2 + 2 \cdot 30^2 + 1 \cdot 32^2 + 1 \cdot 33^2) - (27,03125)^2 \approx 3,53$$

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Tìm trung vị của mẫu số liệu trong bảng trên (làm tròn kết quả đến hàng phần chục):

- A. 27,5.
 B. 27.
 C. 28.
 D. 28,5.



READING2:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 89-90

Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,8$; $P(B) = 0,5$ và $P(AB) = 0,2$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Xác suất của biến cố A với điều kiện B là?

- A. 0,4
- B. 0,5
- C. 0,25.
- D. 0,625

NOTE: Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $P(A|B)$

Ta sử dụng công thức xác suất có điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Xác suất biến cố B không xảy ra với điều kiện biến cố A xảy ra là?

- A. 0,6.
- B. 0,5.
- C. 0,75.
- D. 0,25

NOTE: Xác suất biến cố B không xảy ra với điều kiện biến cố A xảy ra là $P(\bar{B}|A)$

Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$. Xác suất của $\bar{B}A$ (A xảy ra nhưng B không xảy ra): $P(\bar{B}A) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,2 = 0,6$

Vậy: $P(\bar{B}|A) = \frac{P(\bar{B}A)}{P(A)} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 8

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Một lớp học có tất cả học sinh đều giỏi Toán hoặc Ngữ Văn. Trong đó, có 30 học sinh giỏi Toán, 25 học sinh học tiếng Pháp và 15 học sinh giỏi Toán và Ngữ Văn. Tổng số học sinh của lớp học đó là:

- A. 37.
- B. 45.
- C. 40.
- D. 41.

NOTE:

Gọi A là tập hợp số học sinh giỏi Toán $\Rightarrow n(A) = 30$ (học sinh)

Gọi B là tập hợp số học sinh giỏi Ngữ Văn $\Rightarrow n(B) = 25$ (học sinh)

$A \cap B$ là tập hợp số học sinh vừa giỏi toán vừa giỏi Ngữ Văn $\Rightarrow n(A \cap B) = 15$

Tổng số học sinh là: $n = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 25 - 15 = 40$ (học sinh)

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_2 49$, $c = \log_9 5$. Khi đó $\log_{12} 175$ có dạng:

$\frac{m.ac + n.b}{q.a + 4}$ với $m, n, q, r \in \mathbb{Z}$ khi đó $m + n - q$ có giá trị:

- A. 5.
- B. 6.
- C. 7.
- D. 8.

NOTE:

$$b = \log_2 49 \Rightarrow \log_2 7 = \frac{b}{2}, c = \log_9 5 \Rightarrow 2c = \log_3 5$$

$$\log_{12} 175 = \frac{2\log_2 5 + \log_2 7}{\log_2 12} = \frac{2\log_2 3 \cdot \log_3 5 + \log_2 7}{\log_2 3 + 2} = \frac{2a \cdot 2c + \frac{b}{2}}{a + 2} = \frac{8ac + b}{2a + 4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 8 \\ n = 1 \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow m + n - q = 7$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 2^{2025}} - mx) = 3$. Giá trị $P = a.m$ là:

- A. 5.
- B. 6.
- C. 7.



D. 8.

NOTE:

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + 2^{2025}} - mx \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + ax + 2^{2025} - m^2 x^2}{\sqrt{x^2 + ax + 2^{2025}} + mx} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(1 - m^2)x^2 + ax + 2^{2025}}{\sqrt{x^2 + ax + 2^{2025}} + mx} \right) = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - m^2 = 0 \\ \frac{a}{1 + m} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ a = 6 \end{cases} \Rightarrow P = 6$$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$ có đạo hàm của hàm số tại $x = \frac{\pi}{2}$

A. $-\frac{\sqrt{2}}{6^4\sqrt{3}}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{4^4\sqrt{3}}$.

C. $-\frac{\sqrt{2}}{3^4\sqrt{3}}$.

D. $-\frac{\sqrt{2}}{5^4\sqrt{3}}$.

NOTE:

$$f(x) = \sqrt{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} \Rightarrow f'(x) = \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}{2\sqrt{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)}{2\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)}} = -\frac{\frac{1}{2}}{2\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{4^4\sqrt{3}}$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có

$$f'(x) = (x+1)(x+2)^2(x^2-9)^3(x+4)^4$$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

NOTE:

$$\text{Ta có: } f'(x) = (x+1)(x+2)^2(x^2-9)^3(x+4)^4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (BL)} \\ x = -2 \text{ (BC)} \\ x = 3 \text{ (BL)} \\ x = -3 \text{ (BL)} \\ x = -4 \text{ (BC)} \end{cases}$$

Vậy hàm số $f(x)$ có 3 cực trị

Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ nên hàm số đã cho có 2 cực tiểu.

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2(x^4-8x^2+15)}$ là:

- A. 1.
- B. 3.
- C. 0.
- D. 2.

NOTE:

Điều kiện cần xác định của hàm y là $3-x^2 \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$

Như vậy hàm số không tồn tại tiệm cận ngang.

$$\text{Xét tiệm cận đứng: } x^2(x^4-8x^2+15)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \\ x=\sqrt{5}(l) \\ x=-\sqrt{5}(l) \end{cases}$$

Vậy hàm số có 3 tiệm cận đứng là $x=0$, $x=\sqrt{3}$, $x=-\sqrt{3}$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}(m-3)x^2 - 9mx + 2025$, với m là tham số thực.

Câu 67: [EMPIRE TEAM] với $m=2$, gọi A và a lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 4]$. Tính $2A-2a$

- A. 112.
- B. 113.
- C. 110.
- D. 111.

NOTE:

Với $m=2$ suy ra $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 18x + 2025$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2(l) \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = \frac{4081}{2} = A \\ f(4) = 1993 \\ f(3) = \frac{3969}{2} = a \end{cases}$$

Suy ra $2A-2a = 4081-3969 = 112$

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Với tập giá trị nào của m thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3; 4)$

- A. $m > -3$.
- B. $m \geq -3$.
- C. $m < 3$.



D. $m \leq 3$.

NOTE:

$$f'(x) = 3x^2 + 3(m-3)x - 9m \geq 0 \forall x \in (3; 4)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 9x + 3mx - 9m \geq 0 \Rightarrow 3x(x-3) + 3m(x-3) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(3x+3m) \geq 0 \quad (1)$$

Vì $x \in (3; 4)$ nên $(x-3) > 0$ suy ra (1): $3x+3m \geq 0 \Rightarrow 3m \geq -3x \Rightarrow 3m \geq -9$

$$\Rightarrow m \geq -3$$

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = 2025$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 5:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

NOTE:

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + \frac{3}{2}(m-3)x^2 - 9mx + 2025 = 2025 \Rightarrow x \left[x^2 + \frac{3}{2}(m-3)x - 9m \right] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + \frac{3}{2}(m-3)x - 9m = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Vậy phương trình luôn có nghiệm $x = 0$ nhỏ hơn 5 nên để có 3 nghiệm phân biệt nhỏ hơn 5 thì

Phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt nhỏ hơn 5 và khác 0

Để (1) có nghiệm khác 0: $m \neq 0$

Mặt khác:

$$(1) \Rightarrow x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{3m}{2}x - 9m = 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 3mx - 18m = 0 \Rightarrow 3m(x-6) = -2x^2 + 9x$$

$$\Rightarrow 3m = \frac{-2x^2 + 9x}{x-6} = g(x), \text{ xét } g(x) \text{ trên } (-\infty; 5)$$

$$g'(x) = \frac{-2x^2 + 24x - 54}{(x-6)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 9 \quad (l) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } -3 < 3m < 5 \Rightarrow -1 < m < \frac{5}{3} \text{ mà } m \neq 0 \text{ nên } m = 1$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 70 đến 71

Cho cấp số nhân (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 - u_4 = 14 \\ S_5 - S_2 = 56 \end{cases}$

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Công bội của cấp số nhân này là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

NOTE:

$$\begin{cases} u_4 - u_1 = 14 \\ S_5 - S_2 = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 = 14 \\ u_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} - u_1 \cdot \frac{q^2 - 1}{q - 1} = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 (q^3 - 1) = 14 \\ u_1 \cdot \left(\frac{q^5 - q^2}{q - 1} \right) = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 (q^3 - 1) = 14 \quad (1) \\ u_1 \cdot q^2 \left(\frac{q^3 - 1}{q - 1} \right) = 56 \quad (2) \end{cases}$$

Lấy (2) chia (1) theo vế ta được: $\frac{q^2}{q - 1} = 4 \Rightarrow q = 2$

Câu 71: [EMPIRE TEAM] giá trị $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3u_n + 4}{5 \cdot 2^n + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n} = \frac{m}{n}$ tối giản và $m, n \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $n^2 - m^2$

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

NOTE:

$$u_1 = \frac{14}{2^3 - 1} = 2 \text{ suy ra } u_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n \text{ vậy}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3u_n + 4}{5 \cdot 2^n + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n + 4}{5 \cdot 2^n + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{4}{2^n}}{5 + 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow m = 3, n = 5 \Rightarrow n^2 - m^2 = 16$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 500 đến 900 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 400 đơn vị vitamin A và không quá 300 đơn vị vitamin B. Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn hai lần số đơn vị vitamin A.

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Gọi x là số đơn vị Vitamin A và y là số đơn vị Vitamin B mà một người cần dùng mỗi ngày. Điều kiện nào sau đây thoả mãn khi sử dụng lần Vitamin A và Vitamin B

A. $x + y \geq 500$.

B. $x + y \leq 900$.

C. $x + y \leq 1400$.

D. $500 \leq x + y \leq 900$.



Câu 73: [EMPIRE TEAM] Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 10 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 8,5 đồng.

A. $x = 200, y = 300$.

B. $x = \frac{1000}{3}, y = \frac{500}{3}$.

C. $x = 400, y = 200$.

D. $x = 400, y = 300$.

NOTE:

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ lần lượt là số đơn vị vitamin A và B để một người cần dùng trong một ngày.

Trong một ngày, mỗi người cần từ 500 đến 900 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên ta có:
 $500 \leq x + y \leq 900$.

Hàng ngày, tiếp nhận không quá 400 đơn vị vitamin A và không quá 300 đơn vị vitamin B nên ta có: $x \leq 400, y \leq 300$.

Mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A nên ta có: $0,5x \leq y \leq 2x$.

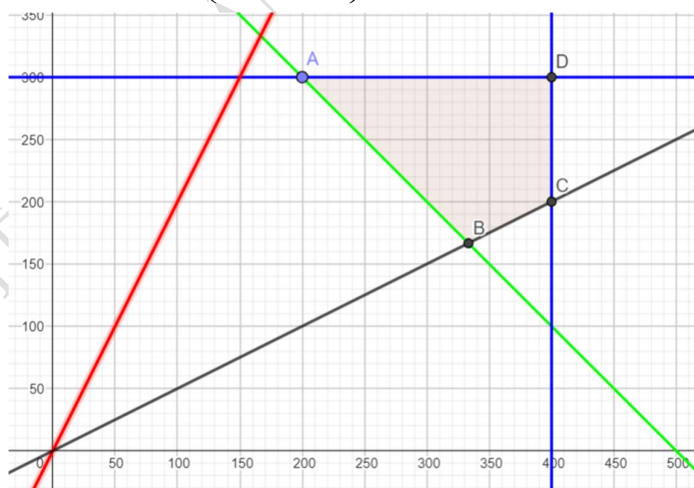
Số tiền cần dùng mỗi ngày là: $T(x, y) = 10x + 8,5y$.

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 400, 0 \leq y \leq 300 \\ 500 \leq x + y \leq 900 \\ 0,5x \leq y \leq 2x \end{cases} \quad \text{để } T(x, y) = 10x + 8,5y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Hệ trên thỏa mãn là miền nghiệm tứ giác $ABCD$ với

$$A(200; 300), B\left(\frac{1000}{3}; \frac{500}{3}\right), C(400; 200), D(400; 300)$$



$$\text{Khi đó } T(x, y)_{\min} = T(B) = 10 \cdot \frac{1000}{3} + 8,5 \cdot \frac{500}{3} = 4750$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho phương trình $4.4^x - (2m+1).2^{x+1} + m + 1 = 0$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] khi $m = 1$, tổng tất cả các nghiệm của phương trình là:

- A. -1.
- B. 0.
- C. 1.
- D. 2.

NOTE:

$$m = 1 \Rightarrow 4.4^x - 3.2^x.2 + 2 = 0 \Rightarrow 4.4^x - 6.2^x + 2 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^x \Rightarrow 4t^2 - 6t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{1}{2} \\ 2^x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

- A. $m < \frac{3}{2}$.
- B. $m < \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- C. $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- D. $m > \frac{3}{2}$.

NOTE:

Với $t = 2^x$, phương trình trở thành: $4t^2 - (4m+2)t + m + 1 = 0$ (2)

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt dương.

(2) $\Rightarrow 4t^2 - 2t + 1 - 4mt + m = 0$ với $t = \frac{1}{4}$ thì không là nghiệm của phương trình nên ta

biến đổi phương trình: $m = \frac{4t^2 - 2t + 1}{4t - 1} = g(t)$

Khảo sát $g(t)$ với $t \in (0; +\infty)$

$$g'(t) = \frac{16t^2 - 8t - 2}{(4t - 1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1 + \sqrt{3}}{4} \\ t = \frac{1 - \sqrt{3}}{4} \end{cases} (l)$$

Suy ra $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77

Cho bất phương trình $\log_3(7^{2x} - 4.7^x + 3) \leq m$

Câu 76: [EMPIRE TEAM] khi $m = 1$, tập nghiệm của bất phương trình là

- A. $(-\infty; \log_7 4)$.





B. $(\log_7 3; +\infty]$.

C. $(0; \log_7 4)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (\log_7 3; \log_7 4]$.

NOTE:

$$\text{Điều kiện: } 7^{2x} - 4 \cdot 7^x + 3 > 0 \Rightarrow \begin{cases} 7^x > 3 \\ 7^x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \log_7 3 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi } m = 1 \text{ bất phương trình: } \log_3 (7^{2x} - 4 \cdot 7^x + 3) \leq 1 \Rightarrow 7^{2x} - 4 \cdot 7^x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq 7^x \leq 4 \\ \Rightarrow x \leq \log_7 4$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta suy ra: } x \in (-\infty; 0) \cup (\log_7 3; \log_7 4]$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m sao cho bất phương trình có đúng 3 nghiệm nguyên dương. Số phần tử của S là?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

NOTE:

$$\log_3 (7^{2x} - 4 \cdot 7^x + 3) \leq m \Rightarrow 7^{2x} - 4 \cdot 7^x + 3 - 3^m \leq 0$$

$$\text{Đặt } t = 7^x \Rightarrow t^2 - 4t + 3 - 3^m \leq 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta = 4 + 4 \cdot 3^m \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{4 + \sqrt{4 + 4 \cdot 3^m}}{2} \\ t_2 = \frac{4 - \sqrt{4 + 4 \cdot 3^m}}{2} < 0 \text{ do } m \geq 1 \end{cases} \Rightarrow 0 < t \leq t_1$$

Kết hợp điều kiện ở câu trên

$$\Rightarrow \log_7 3 < x \leq \log_7 \left(\frac{4 + \sqrt{4 + 4 \cdot 3^m}}{2} \right) \text{ vậy để có đúng 3 nghiệm nguyên dương thì}$$

$$3 \leq \log_7 \left(\frac{4 + \sqrt{4 + 4 \cdot 3^m}}{2} \right) < 4 \Rightarrow m = \{12; 13; 14; 15\}$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Để kiểm định chất lượng học sinh giỏi toán trong quận An Tây của các đội tuyển từ 3 trường Đông Lào, Đông Hoà, Đông Dương. Đội trường Đông Lào có 5 học sinh, đội trường Đông Hoà có 6 học sinh, đội trường Đông Dương có 7 học sinh. Đoàn chọn ra 5 bạn từ 18 bạn trên để kiểm tra trình độ học tập:

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Số cách chọn 5 bạn từ 18 bạn của cả 3 trường học là:

A. 8586.

B. 8587.

C. 8588.

D. 8589.

NOTE:

Số cách chọn 5 từ 18 bạn là: $C_{18}^5 = 8568$ (cách chọn)

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Xác suất để cả 3 trường học đều có học sinh được chọn để kiểm tra:

- A. 60,06%.
- B. 70,07%.
- C. 80,08%.
- D. 90,09%.

NOTE:

TH1: số cách chọn 1 học sinh trường Đông Lào, 1 học sinh trường Đông Hoà, 3 học sinh trường Đông Dương: $C_5^1.C_6^1.C_7^3$ (cách chọn)

TH2: số cách chọn 1 học sinh trường Đông Lào, 3 học sinh trường Đông Hoà, 1 học sinh trường Đông Dương: $C_5^1.C_6^3.C_7^1$ (cách chọn)

TH3: số cách chọn 3 học sinh trường Đông Lào, 1 học sinh trường Đông Hoà, 1 học sinh trường Đông Dương: $C_5^3.C_6^1.C_7^1$ (cách chọn)

TH4: số cách chọn 2 học sinh trường Đông Lào, 2 học sinh trường Đông Hoà, 1 học sinh trường Đông Dương: $C_5^2.C_6^2.C_7^1$ (cách chọn)

TH5: số cách chọn 2 học sinh trường Đông Lào, 1 học sinh trường Đông Hoà, 2 học sinh trường Đông Lào: $C_5^2.C_6^1.C_7^2$ (cách chọn)

TH6: số cách chọn 1 học sinh trường Đông Lào, 2 học sinh trường Đông Hoà, 2 học sinh trường Đông Lào: $C_5^1.C_6^2.C_7^2$ (cách chọn)

Xác suất cho cả 3 trường đều có học sinh được chọn để kiểm tra là:

$$P = \frac{C_5^1.C_6^1.C_7^3 + C_5^1.C_6^3.C_7^1 + C_5^3.C_6^1.C_7^1 + C_5^2.C_6^2.C_7^1 + C_5^2.C_6^1.C_7^2 + C_5^1.C_6^2.C_7^2}{C_{18}^5} = \frac{865}{1224} \approx 70,07\%$$

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Xác suất để trường Đông Hoà có ít nhất 4 học sinh được chọn để kiểm tra

- A. 72,1%.
- B. 7,12%.
- C. 21,7%.
- D. 2,17%.

NOTE:

TH1: số cách chọn 1 học sinh trường Đông Lào, 4 học sinh trường Đông Hoà:

$C_5^1.C_6^4$ (cách chọn)

TH2: số cách chọn 1 học sinh trường Đông Dương, 4 học sinh trường Đông Hoà:

$C_7^1.C_6^4$ (cách chọn)

TH3: số cách chọn 5 học sinh trường Đông Hoà: C_6^5 (cách chọn)

Xác suất để trường Đông Hoà có ít nhất 4 học sinh được chọn để kiểm tra:

$$P = \frac{C_5^1.C_6^4 + C_7^1.C_6^4 + C_6^5}{C_{18}^5} \approx 2,17\%$$



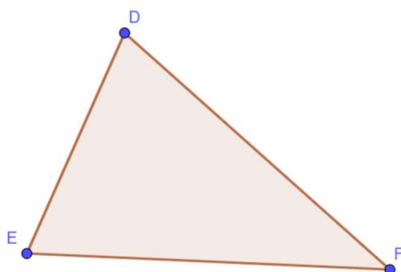
READING2:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Cho tam giác DEF có $DE = 7; DF = 8, EF = 9$

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Tính $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{FD}$

- A. 16.
- B. 15.
- C. -16.
- D. -15.

NOTE:



Ta có: $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{FD} = -\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = -DE \cdot DF \cdot \cos(\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DF}) = -DE \cdot DF \cdot \cos FDE$

$$\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{FD} = -DE \cdot DF \cdot \frac{DE^2 + DF^2 - EF^2}{2 \cdot DE \cdot DF} = -\frac{DE^2 + DF^2 - EF^2}{2} = -\frac{7^2 + 8^2 - 9^2}{2} = -16$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Gọi h_f là đường cao kẻ từ F . Độ dài h_f bằng:

- A. $\frac{24\sqrt{5}}{7}$.
- B. $\frac{14\sqrt{5}}{7}$.
- C. $\frac{24\sqrt{5}}{14}$.
- D. $\frac{24\sqrt{6}}{7}$.

Lời giải

$$\cos DEF = \frac{FE^2 + FD^2 - DF^2}{2FE \cdot FD} = \frac{9^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{2}{3}$$

$$S_{DEF} = \frac{1}{2} \cdot FE \cdot FD \cdot \sin DEF = \frac{1}{2} FE \cdot FD \cdot \sqrt{1 - \cos^2 DEF} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 8 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = 12\sqrt{5}$$

$$\text{Mặt khác: } S_{DEF} = \frac{1}{2} h_f \cdot DE \Rightarrow h_f = \frac{2S_{DEF}}{DE} = \frac{2 \cdot 12\sqrt{5}}{7} = \frac{24\sqrt{5}}{7}$$

READING2:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường cao

$BD: 2x - y - 3 = 0$, đường trung tuyến $BM: x - 3y + 1 = 0$.

Câu 83: [EMPIRE TEAM] bình phương tung độ của B có giá trị:

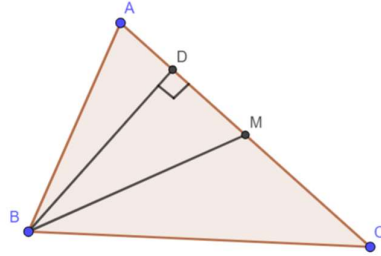
A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

NOTE:



$B = BD \cap BM$ nên tọa độ của B thỏa hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x - 3y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(2;1)$$

Câu 84: [EMPIRE TEAM] giả sử AC luôn đi qua điểm $N(-2;3)$ khi đó tổng bình phương của hoành độ và tung độ của M :

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{5}$.

NOTE:

$$\text{Vì } AC \perp BD \Rightarrow \vec{n}_{AC} = \vec{u}_{BD} = (1;2) \Rightarrow AC: x + 2y + m = 0$$

$$\text{mà } N(-2;2) \in AC \Rightarrow -3 + 2.2 + m = 0 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow AC: x + 2y - 1 = 0$$

ta có: $M = AC \cap BM$ nên tọa độ M thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x - 3y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right) \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{1}{5}$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có G là trọng tâm, SA vuông góc

đáy. $SA = 2a$. Khoảng cách từ G đến (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

Câu 85: [EMPIRE TEAM] khoảng cách từ A đến (SBC) :



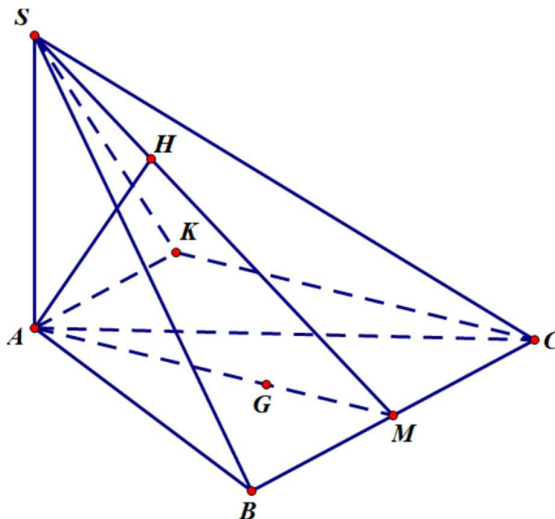
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a.$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a.$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a.$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}a.$

NOTE:



Gọi M trung điểm BC :

$$\text{Ta có: } \frac{d(A; (SBC))}{d(G; (SBC))} = \frac{MA}{MG} = 3 \Rightarrow d(A; (SBC)) = 3.d(G; (SBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Thể tích của hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{7\sqrt{3}}{63}a^3.$

B. $\frac{8\sqrt{3}}{63}a^3.$

C. $\frac{\sqrt{3}}{7}a^3.$

D. $\frac{8\sqrt{3}}{65}a^3.$

NOTE:

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu của } A \text{ lên } (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Xét tam giác SAM vuông tại A :

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} - \frac{1}{(2a)^2} \Rightarrow AM = \frac{2\sqrt{7}}{7}a$$

$$AB = AM \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{21}}{21}a \Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{4\sqrt{21}}{21}a\right)^2 = \frac{8\sqrt{3}}{63}a^3$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] góc giữa AM và SC gần nhất giá trị nào

A. 60° .

B. 70° .

C. 80° .

D. 90° .

NOTE:

Dựng hình chữ nhật $AMCK \Rightarrow (AM; SC) = (KC; SC)$

Xét tam giác SAK vuông tại A :

$$SK^2 = SA^2 + AK^2 = SA^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = (2a)^2 + \left(\frac{2\sqrt{21}}{21}a\right)^2 = \frac{88a^2}{21}$$

Xét tam giác SAC vuông tại A :

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 = (2a)^2 + \left(\frac{4\sqrt{21}}{21}a\right)^2 = \frac{100a^2}{21}$$

Xét tam giác SKC ta có:

$$\cos SCK = \frac{SC^2 + KC^2 - SK^2}{2 \cdot SC \cdot KC} = \frac{\frac{100}{21}a^2 + \left(\frac{2\sqrt{7}}{7}a\right)^2 - \frac{88a^2}{21}}{2 \cdot \frac{10}{\sqrt{21}}a \cdot \frac{2\sqrt{7}}{7}a} = \frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \widehat{SCK} \approx 69^\circ 44'$$

$$\Rightarrow (AM; SC) = (KC; SC) \Rightarrow \widehat{SCK} \approx 69^\circ 44'$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 1; 3)$ và hai mặt phẳng

$$(P): 2x - 3y + z - 3 = 0, (Q): x - 2y - z + 4 = 0$$

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Góc giữa 2 mặt phẳng (P) và (Q) gần nhất với giá trị:

A. 20° .

B. 30° .

C. 40° .

D. 50° .

NOTE:

$$\text{Ta có: } \vec{n}_{(P)} = (2; -3; 1), \vec{n}_{(Q)} = (1; -2; -1)$$



$$\cos((P);(Q)) = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|2 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{21}}{6}$$

$$\Rightarrow ((P);(Q)) \approx 40^\circ$$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Đường thẳng d vuông góc với (Q) đi qua điểm M , tìm giao điểm N của d và (P) :

A. $N(0;1;2)$.

B. $N(1;1;2)$.

C. $N(-1;-1;-2)$.

D. $N(-1;-1;2)$.

NOTE:

$$d \perp (Q) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_{(Q)} = (1;-2;-1) \text{ mà } d \text{ đi qua } M(-2;1;3) \Rightarrow (d): \begin{cases} x = -2+t \\ y = 1-2t \\ z = 3-t \end{cases}$$

$$d \cap (P) \Rightarrow 2 \cdot (-2+t) - 3 \cdot (1-2t) + 3 - t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow N(-1;-1;2)$$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Gọi I có tọa độ nguyên nằm trên đường thẳng d sao cho

$$d(I;(P)) = \frac{3}{\sqrt{21}} d(I;(Q)). \text{ Bình phương cao độ của } I \text{ là:}$$

A. 1.

B. 4.

C. 6.

D. 2.

NOTE:

$$\text{Vì } I \in d \Rightarrow I(-2+t;1-2t;3-t)$$

$$\text{Ta có: } d(I;(P)) = \frac{3}{\sqrt{21}} d(I;(Q))$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2 \cdot (-2+t) - 3 \cdot (1-2t) + (3-t) - 3}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2}} \right| = \frac{3}{\sqrt{21}} \left| \frac{(-2+t) - 2(1-2t) - (3-t) + 4}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} \right|$$

$$\Rightarrow |7t-7| = |6t-3| \Rightarrow \begin{cases} t=4 \\ t=\frac{10}{13} \end{cases} \Rightarrow I(2;-7;-1) \Rightarrow z_I^2 = 1$$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 9

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Lớp 10A có 40 học sinh. Trong đó có 9 học sinh có học lực giỏi, 25 học sinh có hạnh kiểm tốt, trong đó có 12 học sinh vừa học lực giỏi vừa hạnh kiểm tốt. Học sinh được khen thưởng nếu được học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt. Tìm số học sinh không được khen thưởng.

- A. 18.
- B. 19.
- C. 20.
- D. 21.

NOTE:

Gọi n là tổng số học sinh được khen thưởng

Gọi A là tập hợp số học sinh được học lực giỏi $\Rightarrow n(A) = 9$ (học sinh)

Gọi B là tập hợp số học sinh được hạnh kiểm tốt $\Rightarrow n(B) = 25$ (học sinh)

$A \cap B$ là tập hợp số học sinh vừa giỏi toán vừa giỏi Ngữ Văn $\Rightarrow n(A \cap B) = 12$

Tổng số học sinh được khen thưởng:

$$n = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 9 + 25 - 12 = 22 \text{ (học sinh)}$$

Vậy số học sinh không được khen thưởng là $40 - 22 = 18$ (học sinh)

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho các số thực $a, b, c \in (1; +\infty)$ thỏa mãn:

$$\log^2_{\sqrt{a}} b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b} \right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$$

Giá trị biểu thức: $P = \log_a b + \log_b c^2$

- A. 0.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 2.

NOTE:

$$\text{Ta có: } \log^2_{\sqrt{a}} b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b} \right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$$

$$\Rightarrow 4 \log_a^2 b + \log_b c \cdot (2 \log_b c - 1) + 9 \log_a c - 4 \log_a b = 0$$

Đặt $x = \log_a b$, $y = \log_b c \Rightarrow xy = \log_a c$ và $x, y > 0$

$$\Rightarrow 4x^2 + y \cdot (2y - 1) + 9xy - 4x = 0 \Rightarrow 4x^2 + (9y - 4)x + 2y^2 - y = 0$$

$$\Delta_x = (9y - 4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2y^2 - y) = 49y^2 - 56y + 16 = (7y - 4)^2$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 9y + 7y - 4}{8} = \frac{-y}{4} \quad (I) \\ x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 9y - 7y + 4}{8} = 1 - 2y \end{cases} \Rightarrow x + 2y = 1$$

$$\Rightarrow P = \log_a b + 2 \log_b c = x + 2y = 1$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Biết rằng $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 + b^{2025}x + 2^{2025}} - nx \right) = +\infty$. Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của n ?

- A. 0.
B. 3.
C. 1.
D. 2.

NOTE:

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 + b^{2025}x + 2^{2025}} - nx \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - nx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - n)x$$

Vì $x \rightarrow +\infty$ nên $x > 0$. Vậy muốn $I = +\infty$ thì $2 - n > 0 \Rightarrow n < 2 \Rightarrow n \in \{0; 1\}$

Xét

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x) = 2^{3x-1} + x^3$. Phương trình tiếp tuyến của hàm số tại điểm $M(x_0; 5)$:

- A. $y = (12 \ln 2 - 3)x - 12 \ln 2 + 2$.
B. $y = (12 \ln 2 + 3)x - 12 \ln 2 + 2$.
C. $y = (12 \ln 2 + 3)x - 12 \ln 2 - 2$.
D. $y = (12 \ln 2 - 3)x - 12 \ln 2 - 2$.

NOTE:

$$\text{Ta có: } y_0 = 5 \Rightarrow 2^{3x_0-1} + x_0^3 = 5 \quad (1).$$

Ta có: $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \ln 2 + 3x^2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Vậy phương trình $f(x_0) = 5$ có 1 nghiệm duy nhất mà $f(1) = 5 \Rightarrow \text{pt}(1)$ có 1 nghiệm duy nhất là $x_0 = 1$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $x_0 = 1$ có dạng:

$$y = f'(1) \cdot (x - 1) + f(1) = (12 \ln 2 + 3)(x - 1) + 5 = (12 \ln 2 + 3)x - 12 \ln 2 + 2$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có

$$f'(x) = \ln x (x + 2)^3 (x^2 - 9)(x - 5)^5$$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- A. 1.
B. 3.
C. 0.

D. 2.

NOTE:

Điều kiện $x > 0$

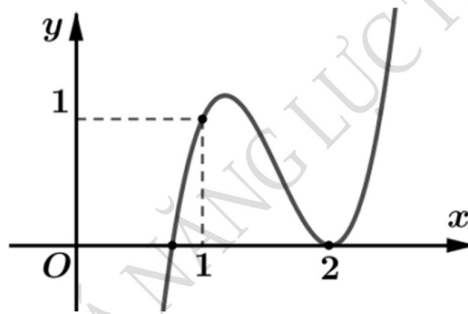
$$f'(x) = \ln x (x+2)^3 (x^2-9)(x-5)^5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ (x+2)^3 = 0 \\ x^2 - 9 = 0 \\ (x-5)^5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2(l) \\ x = 3 \\ x = -3(l) \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy hàm số $f(x)$ có 3 cực trị

Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ nên hàm số đã cho có 1 cực đại.

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Đồ thị

hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-2}}{x(f^3(x) - 4f^2(x) + 3f(x))}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

NOTE:

Điều kiện để $\sqrt{x-2}$ có nghĩa là $x \geq 2$. Xét

$$x(f^3(x) - 4f^2(x) + 3f(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 1 \\ f(x) = 3 \\ x = 0(l) \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = a < 1(l) \\ x = 2 \text{ (Boi2)} \end{cases} \bullet f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1(l) \\ x = b \in (1;2)(l) \\ x = c > 2 \end{cases} \bullet f(x) = 3 \Rightarrow x = d > c > 2$$

Vì trên tử của phân tử có nghiệm $x = 2$ (Bội 2, $5 > 2$) nên $x = 2$ không là tiệm cận đứng

Vậy hàm số trên có 2 tiệm cận đứng là $x = c, x = d$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}(2m-1)x^2 - 2mx + 2025$, với m là tham số thực.



Câu 67: [EMPIRE TEAM] Với $m = 2$, hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$.
- B. $(-\infty; 3]$.
- C. $[1; +\infty)$.
- D. $(-1; 1)$.

NOTE:

$$\text{Với } m = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + 2025 \Rightarrow f'(x) = x^3 + 3x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Để hàm số $f(x)$ có giá nhỏ nhất trên $[3; +\infty)$ là 2025 thì giá trị m bằng bao nhiêu

- A. $-\frac{19}{4}$.
- B. $-\frac{21}{4}$.
- C. $-\frac{23}{4}$.
- D. $-\frac{25}{4}$.

NOTE:

$$\min_{[3; +\infty)} f(x) = 2025$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}(2m-1)x^2 - 2mx + 2025 \geq 2025 \Rightarrow x \left[\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}(2m-1)x - 2m \right] \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 + (4m-2)x - 8m \geq 0 \Rightarrow x^3 - 2x + 4m(x-2) \geq 0 \Rightarrow 4m \geq \frac{-x^3 + 2x}{x-2} = h(x)$$

$$h'(x) = \frac{(-3x^2 + 2)(x-2) - (-x^3 + 2x)}{(x-2)^2} = \frac{-2x^3 + 6x^2 - 4}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \geq 3$$

$$\Rightarrow 4m \geq \max_{[3; +\infty)} h(x) = h(3) = -21 \Rightarrow m \geq -\frac{21}{4}$$

$$\text{Vậy dấu bằng xảy ra khi } m = -\frac{21}{4}$$

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Tổng bình phương các giá trị tham số m để hàm số có đúng 1 cực trị?

- A. $\frac{67}{64}$.
- B. $\frac{65}{64}$.
- C. $\frac{63}{64}$.

D. $\frac{61}{64}$.

NOTE:

$$f'(x) = x^3 + (2m-1)x - 2m = x^3 - x + 2m(x-1) = (x-1)(x^2 + x + 2m)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + x + 2m = 0(1) \\ x = 1 \end{cases} \text{ vậy để hàm số có 1 cực trị thì}$$

$$\text{TH1: (1) có nghiệm kép: } \Delta = 1 - 8m = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{8}$$

$$\text{TH2: (1) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1}$$

$$\text{Suy ra: } 1^2 + 1 + 2m = 0 \Rightarrow m = -1 \text{ thay } m = -1 \text{ vào lại: } x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Tổng bình phương các giá trị: } \left(\frac{1}{8}\right)^2 + (-1)^2 = \frac{65}{64}$$

Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 70 đến 71

$$\text{Cho cấp số cộng } (u_n) \text{ xác định bởi: } \begin{cases} 2u_1 - u_4 = 1 \\ S_5 - 2S_2 = 56 \end{cases}$$

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Số 476 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng này?

A. 93.

B. 94.

C. 95.

D. 96.

NOTE:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2u_1 - u_4 = 1 \\ S_5 - 2S_2 = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u_1 - (u_1 + 3d) = 1 \\ \frac{5}{2}(2u_1 + 4d) - 2 \cdot \frac{2}{2}(2u_1 + d) = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 - 3d = 1 \\ u_1 + 8d = 56 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2u_1 - u_4 = 1 \\ S_5 - 2S_2 = 56 \end{cases} \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1).d = 16 + (n-1).5 = 5n + 11$$

$$u_n = 476 \Rightarrow 5n + 11 = 476 \Rightarrow n = 93$$

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Giá trị nguyên bé nhất của n thỏa mãn bpt

$$\log_5(u_1 + 10) > \lim \left(\frac{\left(\frac{u_n}{5}\right)^3 + 2n - 1}{25n^3 + 2025n^2} \right)$$

A. 194.

B. 195.

C. 196.

D. 197.

NOTE:



$$\text{Ta có } \lim \left(\frac{3(u_n)^3 + 2n - 1}{125n^3 + 2025n^2} \right) = \lim \left(\frac{3(5n+11)^3 + 2n - 1}{125n^3 + 2025} \right) = \lim \frac{3.125n^3}{125n^3} = 3$$

$$\Rightarrow \log_{10}(u_1 + 10) > 3 \Rightarrow \log_{10}(5n + 21) > 3 \Rightarrow n > \frac{10^3 - 21}{5} = 195,8$$

$$\Rightarrow n_{\min} = 196$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	25	5	5
B	6	0	3
C	12	2	4

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Gọi x là số sản phẩm loại I và y là số sản phẩm loại II. Hệ điều kiện thoả mãn là:

A.
$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 5x + 5y \leq 25 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 5x + 5y \leq 25 \\ 3y \leq 6 \\ 2x + 4y \leq 12 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 5x + 5y \leq 25 \\ 3y \leq 6 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Một sản phẩm loại I lãi 4 nghìn đồng, Một sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng, khi lựa chọn phương án có lãi cao nhất thì số sản phẩm loại I và loại II lần lượt là:

A. $x = 0, y = 2$.

B. $x = 2; y = 2$.

C. $x = 5; y = 0$.

D. $x = 4; y = 1$.

NOTE:

Gọi số sản phẩm loại I cần sản xuất là x ; số sản phẩm loại II cần sản xuất là y .

Điều kiện: $x \geq 0, y \geq 0$

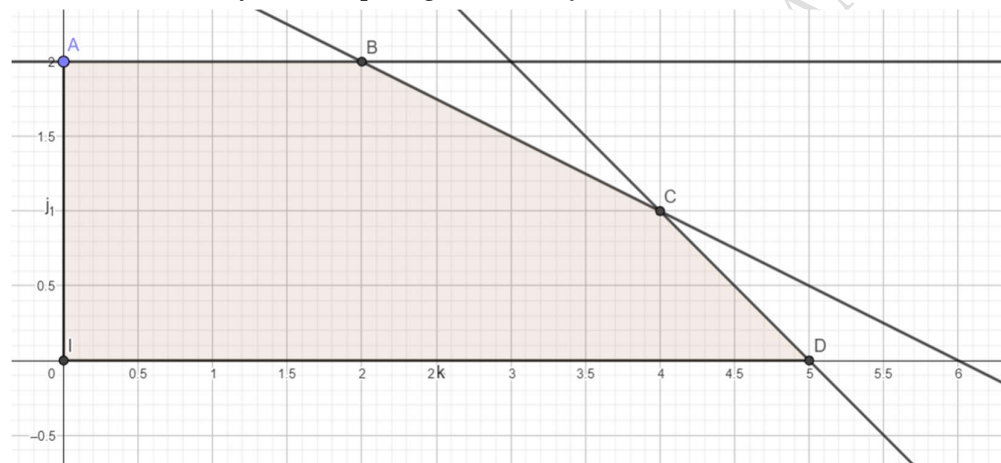
Số máy nhóm A cần sử dụng là: $5x + 5y$

Số máy nhóm B cần sử dụng là: $3y$

Số máy nhóm C cần sử dụng là: $2x + 4y$

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 5x + 5y \leq 25 \\ 3y \leq 6 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Vẽ hệ điều kiện này lên mặt phẳng tọa độ Oxy :



Miền nghiệm là 1 ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0); A(0;2); B(2;2); C(4;1); D(5;0)$

Biểu thức lãi: $L(x; y) = 4x + 5y$

Thay lần lượt các tọa độ điểm của ngũ giác $OABCD$ ta có: $L_{\max} = L(4;1) = 21$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho phương trình $\log_3^2 3x - 2m \log_3 x - m = 0$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Với m bằng giá trị bao nhiêu để phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$x_1; x_2$ thỏa $x_1 \cdot x_2 = 9$

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

NOTE:

$$\log_3^2 3x - 2m \log_3 x - m = 0 \Rightarrow (1 + \log_3 x)^2 - 2m \log_3 x - m = 0$$

$$\text{Đặt } t = \log_3 x \Rightarrow (1 + t)^2 - 2mt - m = 0 \Rightarrow t^2 + (2 - 2m)t + 1 - m = 0 \quad (2)$$



Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm $x_1; x_2$ phân biệt thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt $t_1; t_2$

$$\Delta'_t = (1-m)^2 - (1-m) = m^2 - m > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = \log_3 x_1 \\ t_2 = \log_3 x_2 \end{cases} \Rightarrow t_1 + t_2 = \log_3 (x_1 x_2) = \log_3 9 = 2$$

$$\text{Mặt khác: } t_1 + t_2 = 2m - 2 \Rightarrow 2m - 2 = 2 \Rightarrow m = 2 \text{ (thỏa)}$$

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn $\frac{1}{3}$

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4

$$\text{NOTE: Với } t = \log_3 x \Rightarrow t > \log_3 \frac{1}{3} = -1$$

$$\text{Khi đó phương trình là: } (1+t)^2 - 2mt - m = 0 \Rightarrow m = \frac{t^2 + 2t + 1}{2t + 1} = h(t)$$

$$h'(t) = \frac{2t^2 + 2t}{(2t + 1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } m > 1 \Rightarrow m_{\min} = 2$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77

$$\text{Cho bất phương trình: } \log_3 (4^x - 1) \cdot \log_3 (9 \cdot 4^x - 9) \leq m$$

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Khi $m = 15$ thì có tập nghiệm của bất phương trình có bao nhiêu giá trị nguyên:

- A. 1.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 4

NOTE:

$$\text{Điều kiện: } 4^x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

$$\log_3 (4^x - 1) \cdot \log_3 (9 \cdot 4^x - 9) \leq 15 \Rightarrow \log_3 (4^x - 1) \cdot (\log_3 (4^x - 1) + 2) \leq 15$$

$$t = \log_3 (4^x - 1) \Rightarrow t(t + 2) \leq 15 \Rightarrow t^2 + 2t - 15 \leq 0 \Rightarrow -5 \leq t \leq 3$$

$$-5 \leq \log_3 (4^x - 1) \leq 3 \Rightarrow \frac{244}{243} \leq 4^x \leq 28 \Rightarrow \log_4 \frac{28}{27} \leq x \leq \log_4 28$$

$$\Rightarrow x \in \{1; 2\}$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Tìm giá trị nguyên m nhỏ nhất để bất phương trình có nghiệm $x > 1$

- A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4

NOTE:

$$t = \log_3(4^x - 1) \Rightarrow t(t+2) \leq m \Rightarrow m \geq t^2 + 2t = g(t)$$

$$\text{Mà } x > 1 \Rightarrow t > 1 \Rightarrow m > \min_{(1;+\infty)} h(t) = h(1) = 3$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Cho hộp A có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ, hộp B có 4 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp A. Xác suất để được 2 bi đỏ là?

A. $\frac{15}{28}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{13}{28}$.

D. $\frac{3}{7}$.

NOTE:

Gọi A: "lấy ngẫu nhiên 3 viên từ hộp A có 2 viên bi đỏ"

Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp A có không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^3 = 56$ (cách)

Lấy 3 viên có 2 viên bi là đỏ ta có: $n(A) = C_5^2 \cdot C_3^1 = 30$

$$\text{Xác suất xảy ra biến cố A: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp A rồi cho vào hộp B, sau đó lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp B. Xác suất để viên bi lấy ra từ hộp B là viên bi đỏ.

A. $\frac{15}{32}$.

B. $\frac{29}{64}$.

C. $\frac{31}{64}$.

D. $\frac{1}{2}$.

NOTE:

TH1: viên bi lấy ra từ hộp A là viên bi xanh:

$$\text{Xác suất để lấy ra từ hộp B là viên bi đỏ: } P_1 = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{7+1} = \frac{9}{64}$$

TH2: viên bi lấy ra từ hộp A là viên bi đỏ:

$$\text{Xác suất để lấy ra từ hộp B là viên bi đỏ: } P_2 = \frac{5}{8} \cdot \frac{3+1}{7+1} = \frac{5}{16}$$



Xác suất để lấy viên bi ra từ hộp B là viên bi đỏ: $P = P_1 + P_2 = \frac{9}{64} + \frac{5}{16} = \frac{29}{64}$

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp A rồi cho vào hộp B, sau đó lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp B. Xác suất để viên bi lấy ra từ hộp B là viên bi đỏ trong điều kiện viên bi lấy từ hộp A là viên bi đỏ là?

A. 31,25%.

B. 50%.

C. 45,31%.

D. 63,3%.

Gọi M : "Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp A rồi cho vào hộp B, sau đó lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp B, Lấy từ hộp B là viên bi đỏ"

N : "biển cổ lấy từ hộp A là viên bi đỏ"

Xác suất để xảy ra biến cố M : $P(M) = P = \frac{29}{64}$

Xác suất xảy ra biến cố N : $P(N) = \frac{5}{8}$

Xác suất để viên bi lấy ra từ hộp B là viên bi đỏ trong điều kiện viên bi lấy từ hộp A là

viên bi đỏ: $P(M/N) = \frac{P(M \cap N)}{P(N)} = \frac{P_2}{P(N)} = \frac{5}{16} : \frac{5}{8} = \frac{1}{2}$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = b$. G là trọng tâm $\triangle OAB$.

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$

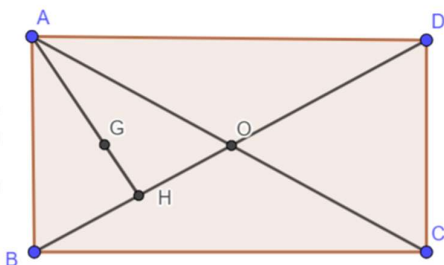
A. $-b^2$.

B. $b^2 - a^2$.

C. $-a^2$.

D. $a^2 + b^2$.

NOTE:



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = -AB \cdot AB = -a^2$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Tính $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{BD}$

A. $\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{5}$.

B. $\frac{a^2}{3} - \frac{b^2}{4}$.

C. $\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{6}$.

D. $\frac{a^2}{2} - \frac{b^2}{6}$.

NOTE:

Gọi H là trung điểm OB

$$\begin{aligned}\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{BD} &= -\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BD} = -\frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BD} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AB} \right) \cdot (-\overrightarrow{AB}) \\ &= -\frac{1}{6} (3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = -\frac{1}{6} \cdot (-3AB^2 + AD^2) = -\frac{1}{6} (-3a^2 + b^2) = \frac{a^2}{2} - \frac{b^2}{6}\end{aligned}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AC: x - y - 2 = 0, D(0; 2),$

$B(1; -2)$. A là điểm có tọa độ nguyên. M là trung điểm CD . G là trọng tâm $\triangle OBC$ với O là giao điểm của AC và BD .

Câu 83: [EMPIRE TEAM] tổng hoành độ của điểm C và điểm A là?

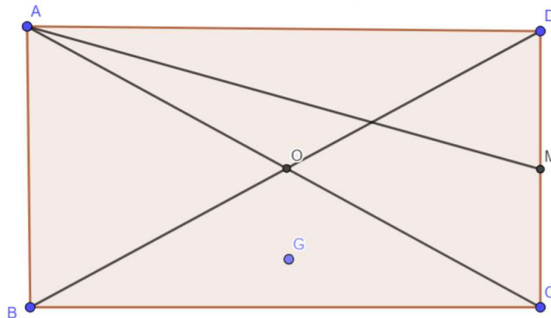
A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

NOTE:



$$\text{Vì } A \in AC: x - y - 2 = 0 \Rightarrow A(t; t - 2) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1 - t; -t) \\ \overrightarrow{AD} = (-t; 4 - t) \end{cases}$$

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Rightarrow (1 - t) \cdot (-t) + (-t) \cdot (4 - t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{5}{2} \end{cases} (l)$$

$\Rightarrow A(0; -2)$ do tính chất đối xứng vì điểm $C \in AC$ và $ABCD$ là hình chữ nhật

$$\text{Nên tọa độ } C \text{ sẽ ứng với } t = \frac{5}{2} \Rightarrow C\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x_C + x_A = \frac{5}{2} + 0 = \frac{5}{2}$$



Câu 84: [EMPIRE TEAM] khoảng cách từ G đến đường thẳng AM

A. $\frac{8}{5\sqrt{106}}$.

B. $\frac{7}{4\sqrt{106}}$.

C. $\frac{9}{2\sqrt{106}}$.

D. $\frac{4}{3\sqrt{106}}$.

NOTE:

Ta có: M là trung điểm $CD \Rightarrow M\left(\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \left(\frac{5}{4}; \frac{9}{4}\right) \Rightarrow \vec{n}_{AM} = (9; -5)$

$AM: \begin{cases} \text{qua } A(0; -2) \\ \vec{n}_{AM} = (9; -5) \end{cases} \Rightarrow AM: 9(x-0) - 5(y+2) = 0 \Rightarrow AM: 9x - 5y - 10 = 0$

O là trung điểm $BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

G là trọng tâm tam giác $OBC \Rightarrow G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{2}\right)$

$$\Rightarrow d(G; AM) = \frac{\left| 9 \cdot \frac{4}{3} - 5 \left(-\frac{1}{2} \right) - 10 \right|}{\sqrt{9^2 + 5^2}} = \frac{9}{2\sqrt{106}}$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. M là trung điểm BC . Hình chiếu của A' lên (ABC) trùng với trung điểm AM , Khoảng cách từ A đến $(A'BC)$

bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Thể tích chóp $A.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?

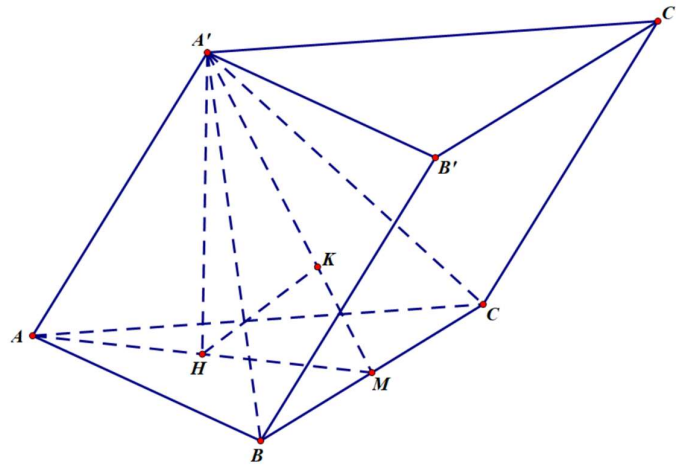
A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

NOTE:



Gọi H trung điểm AM gọi K là hình chiếu của H lên $A'M$

Ta có: $\frac{d(H; (SBC))}{d(A; (SBC))} = \frac{MH}{MA} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(H; (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Để chứng minh $HK \perp (SBC) \Rightarrow d(H; (SBC)) = HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Mặt khác $HM = \frac{AM}{2} = \frac{2a \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Tam giác SHM vuông tại H

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA'^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow HA' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{HK^2} - \frac{1}{HM^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a}{2}$$

$$V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot A'H \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$$

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Tính góc giữa 2 đường thẳng BB' và AM gần nhất giá trị nào

A. 30° .

B. 40° .

C. 36° .

D. 60° .

NOTE:

$$\text{Vì } AA' // BB' \Rightarrow (BB'; AM) = (AA'; AM)$$

$$A'H = \frac{a}{2}, AH = HM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan A'AH = \frac{A'H}{AH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 30^\circ$$



$$\text{Vậy } (\angle BB'; AM) = (\angle AA'; AM) = \widehat{A'AH} = 30^\circ$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Góc giữa CC' và $(A'BC)$

A. 50° .

B. 60° .

C. 70° .

D. 80° .

NOTE:

$$\text{Ta có: } AA'^2 = AH^2 + A'H^2 \Rightarrow AA' = \sqrt{AH^2 + A'H^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$$

$$\sin(\angle AA'; (A'BC)) = \frac{d(A; (A'BC))}{AA'} = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow (\angle AA'; (A'BC)) = 60^\circ \text{ mà } CC' // AA' \Rightarrow (\angle AA'; (A'BC)) = (\angle CC'; (A'BC)) = 60^\circ$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

$$\text{Cho hàm số } f(x) \text{ liên tục trên } R \text{ thoả mãn } I = \int_0^3 f(x) dx = 5$$

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Tính $J = \int_0^1 f(3x) dx$

A. 5.

B. 10.

C. $\frac{5}{3}$.

D. 15.

NOTE:

$$\text{Đặt } t = 3x \Rightarrow dx = \frac{dt}{3} \text{ đổi cận: } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J = \int_0^3 f(t) \cdot \frac{dt}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx = \frac{5}{3}$$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Giả sử $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = -4$. Giá trị của $K = \int_{-1}^3 f(x) dx$

A. 1.

B. 9.

C. -1.

D. -9.

$$\text{NOTE: Gọi } L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx$$

$$\text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx \text{ đổi cận: } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow t = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow L = \int_0^{-1} f(t) dt = -4 \Rightarrow \int_{-1}^0 f(x) dx = 4$$

$$\Rightarrow K = \int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = L + I = 4 + 5 = 9$$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Giá trị tích phân $\int_{-\pi}^0 2 \sin 2x f' \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cos x \right) dx$ bằng $\frac{m}{n}$ tối giản với

$m, n \in \mathbb{Z}$ và thỏa mãn $f(3) + f(0) = 2$. Tính $P = m - 4n$

A. -7.

B. 9.

C. -4.

D. 5.

NOTE:

$$\text{Ta có } M = \int_{-\pi}^0 2 \sin 2x f' \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cos x \right) dx = \int_{-\pi}^0 4 \sin x \cos x f' \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cos x \right) dx$$

$$\text{Đặt } t = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \cos x \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{3} dt = \sin x dx \\ \cos x = \frac{t - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} \end{cases} \text{ đổi cận: } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 3 \\ x = -\pi \Rightarrow t = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M = \int_0^3 4 \cdot \frac{t - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} f'(t) \left(-\frac{2}{3} dt \right) = -\frac{16}{9} \int_0^3 \left(t - \frac{3}{2} \right) f'(t) dt$$

$$\begin{cases} u = t - \frac{3}{2} \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = f(t) \end{cases} \Rightarrow M = -\frac{16}{9} \left(\left(t - \frac{3}{2} \right) f(t) \right)_0^3 - \int_0^3 f(t) dt$$

$$\Rightarrow M = -\frac{16}{9} \left(\frac{3}{2} f(3) + \frac{3}{2} f(0) - I \right) = -\frac{16}{9} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot 2 - 5 \right) = \frac{32}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 32 \\ n = 9 \end{cases} \Rightarrow P = m - 4n = -4$$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 10

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Một công ty A có 60 người, có 1 số lượng người thích đi du lịch Nha Trang hoặc Đà Lạt hoặc Đà Nẵng. Trong đó, có 22 người thích đi Nha Trang, 17 người thích đi Đà Lạt và 10 người thích đi Đà Nẵng, 5 người thích đi cả Nha Trang và Đà Lạt, 9 người thích đi cả Nha Trang và Đà Nẵng, có 20 người thích đi cả ba nơi. Biết có 10 người không thích ở nhà ngủ nướng không muốn đi đâu cả. Số người thích đi Đà Lạt và Đà Nẵng là bao nhiêu?

- A. 5.
- B. 15.
- C. 10.
- D. 20.

NOTE:

Số người thích đi du lịch: $60 - 10 = 50$ người

Gọi A tập hợp số người thích đi Nha Trang $\Rightarrow n(A) = 22$ người

Gọi B tập hợp số người thích đi Đà Lạt $\Rightarrow n(B) = 17$ người

Gọi C tập hợp số người thích đi Đà Nẵng $\Rightarrow n(C) = 10$ người

$$\Rightarrow \begin{cases} n(A \cap B) = 5 \text{ (ng)} \\ n(A \cap C) = 9 \text{ (ng)} \\ n(A \cap B \cap C) = 20 \text{ (ng)} \end{cases}$$

Ta có: $n = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$$\Rightarrow 50 = 22 + 17 + 10 - 5 - n(B \cap C) - 9 + 25 \Rightarrow n(B \cap C) = 10$$

Vậy số người thích Đà Lạt và Đà Nẵng là 10 người

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho 2 số dương x, y thoả $x^2 + 3xy - 4y^2 = 0$. Tính

$$\log_{x^2} y^3 \sqrt[3]{x} + 2 \log_{\sqrt{y}} x^4$$

- A. $\frac{53}{3}$.
- B. $\frac{55}{3}$.
- C. $\frac{56}{3}$.
- D. $\frac{59}{3}$.

NOTE:

$$x^2 + 3xy - 4y^2 = 0 \Rightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 3\left(\frac{x}{y}\right) - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 1 \\ \frac{x}{y} = -4 \end{cases} \Rightarrow x = y$$

$$\Rightarrow \log_{x^2} y^3 \sqrt[3]{x} + 2 \log_{\sqrt{y}} x^4 = \log_{x^2} x^3 \sqrt[3]{x} + 2 \log_{\sqrt{x}} x^4 = \frac{53}{3}$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{5 + \frac{mx^3 + x^2}{x^3 - 1} + \frac{3^x - 4}{2^{2x} + 5 \cdot 3^x}}$ có giá trị là 1 số nguyên lẻ, tổng các giá trị nguyên $m \in (0; 44)$?

A. 23.

B. 24.

C. 25.

D. 26.

NOTE:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{5 + \frac{mx^3 + x^2}{x^3 - 1} + \frac{3^x - 4}{2^{2x} + 5 \cdot 3^x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{5 + \frac{mx^3}{x^3} - \frac{3^x}{4^x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{5 + m - \left(\frac{3}{4}\right)^x} = \sqrt{5 + m}$$

Để $\sqrt{5 + m}$ là số nguyên lẻ thì $5 + m$ là số chính phương lẻ

Khi đó $m \in \{4; 20\} \Rightarrow 20 + 4 = 24$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x) = \log_2(3x + 1) + 2 \sin^2 x$. Đạo hàm $f'(2x)$ tại $x = \frac{\pi}{3}$ bằng?

A. $\frac{6}{(\pi + 1) \ln 2} + \sqrt{3}$.

B. $\frac{4}{(2\pi + 1) \ln 2} - 2\sqrt{3}$.

C. $\frac{6}{(2\pi - 1) \ln 2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{6}{(2\pi + 1) \ln 2} - 2\sqrt{3}$.

NOTE:

$$f'(x) = \frac{3}{(3x + 1) \ln 2} + 2 \sin 2x$$

$$g(x) = f(2x) \Rightarrow g'(x) = 2f'(2x) \Rightarrow g'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2 \cdot \left(\frac{3}{\left(3 \cdot \frac{2\pi}{3} + 1\right) \ln 2} \right) + 4 \sin\left(2 \cdot \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{(2\pi + 1) \ln 2} + 4 \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x) = (x - 1)(x - 2)^2(x - 3)^3(x - 4)^4$. Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?



A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

NOTE:

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $y = \frac{x\sqrt{4x^2 - x + 1}}{x - 1}$. Giao điểm giữa tiệm cận xiên có hệ số

góc dương và tiệm cận đứng là I . Toạ độ điểm I là

A. $(1; -2)$.

B. $(1; \frac{11}{4})$.

C. $(1; 3)$.

D. $(1; -\frac{9}{4})$.

NOTE:

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{4x^2 - x + 1}}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x|2x|}{x^2} = 2 > 0$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x\sqrt{4x^2 - x + 1}}{(x-1)} - 2x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x\sqrt{4x^2 - x + 1} - 2x^2 + 2x}{(x-1)} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x(\sqrt{4x^2 - x + 1} - 2x + 2)}{(x-1)} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x(\sqrt{4x^2 - x + 1} - 2x + 2)}{(x-1)} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x(\sqrt{4x^2 - x + 1} - 2x + 2)}{(x-1)} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x(4x^2 - x + 1 - (2x - 2)^2)}{(x-1)(\sqrt{4x^2 - x + 1} + 2x - 2)} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x(3x - 3)}{(x-1)(\sqrt{4x^2 - x + 1} + 2x - 2)} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{3x}{(\sqrt{4x^2 - x + 1} + 2x - 2)} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{3x}{2x + 2x} \right] = \frac{3}{4}$$

Tiệm cận xiên có hệ số góc dương: $d_1 : y = 2x + \frac{3}{4}$, tiệm cận đứng: $d_2 : x = 1$

$$I = d_1 \cap d_2 \Rightarrow I \left(1; \frac{11}{4} \right)$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{2\sqrt{x} - m}$ với m là tham số thực.

Câu 67: [EMPIRE TEAM] khi $m = 4$, Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. hàm số đã cho nghịch trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. hàm số đã cho đồng biến trên R .

C. hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

NOTE:

$$m = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{2\sqrt{x} - 4} \text{ tập xác định là } D = [0; +\infty) \setminus \{2\}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}(2\sqrt{x} - 4)^2} > 0 \quad \forall x \in D$$

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng xác định $(0; 2), (2; +\infty)$

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Tìm m nguyên lớn nhất để hàm số đồng biến trên $(1; 9)$

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. -1.

NOTE:

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} (t \geq 0) \Rightarrow \begin{cases} t' = \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0 \quad \forall x \in (1; 9) \\ t \in (1; 3) \end{cases}$$

Bài toán trở thành tìm m để hàm số $h(t) = \frac{t-4}{2t-m}$ đồng biến trên $(1; 3)$

$$\text{Điều kiện cần: } h'(t) = \frac{-m+8}{(2t-m)^2} > 0 \Rightarrow m < 8$$

Nếu $m \leq 0$ thì hàm số $h(t)$ đồng biến trên các khoảng $(0; +\infty)$ luôn thỏa

Nếu $m > 0$

Khi đó $h(t)$ đồng biến trên các khoảng $\left(0; \frac{m}{2}\right); \left(\frac{m}{2}; +\infty\right)$

$$\begin{cases} (1; 3) \subset \left(0; \frac{m}{2}\right) \\ (1; 3) \subset \left(\frac{m}{2}; +\infty\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} \geq 3 \\ \frac{m}{2} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ 0 < m \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy kết hợp điều kiện và các trường hợp suy ra } \begin{cases} m \leq 2 \\ 6 \leq m < 8 \end{cases}$$

Vậy m nguyên lớn nhất là 7

Câu 69: [EMPIRE TEAM] với giá trị nào của m để $\min_{[1; 4]} f(x) = 2$

A. $m \in \emptyset$.

B. 5.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 7.



NOTE:

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} (t \geq 0) \Rightarrow t \in [1; 2]$$

Bài toán trở thành tìm m để giá trị nhỏ nhất của $h(t) = \frac{t-4}{2t-m}$ bằng 2

$$h'(t) = \frac{-m+8}{(2t-m)^2}$$

$$\text{TH1: } h'(t) = \frac{-m+8}{(2t-m)^2} > 0 \Rightarrow m < 8 \text{ và } \begin{cases} \frac{m}{2} < 1 \\ \frac{m}{2} > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 2 \\ 4 < m < 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \min_{[1;2]} h(t) = h(1) = \frac{-3}{2-m} = 2 \Rightarrow m = \frac{7}{2} \text{ (không thỏa)}$$

$$\text{TH2: } h'(t) = \frac{-m+8}{(2t-m)^2} < 0 \Rightarrow m > 8 \text{ và } \begin{cases} \frac{m}{2} < 1 \\ \frac{m}{2} > 2 \end{cases} \Rightarrow m > 8$$

$$\min_{[1;2]} h(t) = h(2) = \frac{-2}{4-m} = 2 \Rightarrow m = 5 \text{ (không thỏa)}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 70 đến 71

Cho cấp số nhân (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_2 + u_3 = 24 \\ u_1 u_2 u_3 = 64 \end{cases}$$

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Số hạng đầu và công bội của cấp số nhân này là?

A. $\begin{cases} q = 5 \\ u_1 = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} q = 4 \\ u_1 = \frac{4}{5} \end{cases}$

C. $\begin{cases} q = 5 \\ u_1 = \frac{4}{5} \end{cases}$

D. $\begin{cases} q = 5 \\ u_1 = \frac{5}{4} \end{cases}$

NOTE:

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 \cdot (q + q^2) = 24 \\ u_1 \cdot u_1 q \cdot u_1 q^2 = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 q (1 + q) = 24 \\ (u_1 q)^3 = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(1 + q) = 24 \\ u_1 q = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 5 \\ u_1 = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Giá trị $T = u_{11} + u_{12} + \dots + u_{20}$ bằng?

A. $5^{20} - 5^{10}$

B. $5^{19} - 5^9$.

C. $5^{21} - 5^{11}$.

D. 5^{22} .

NOTE:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } T &= u_{11} + u_{12} + \dots + u_{20} = S_{20} - S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{20}}{1 - q} - u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} \\ &= \frac{u_1}{1 - q} \cdot (q^{10} - q^{20}) = \frac{\frac{4}{5}}{1 - 5} \cdot (5^{10} - 5^{20}) = 5^{19} - 5^9 \end{aligned}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Một xưởng sản xuất bàn và ghế. Một chiếc bàn cần 1,5 giờ lắp ráp và 1 giờ hoàn thiện, một chiếc ghế cần 45 phút lắp ráp và 2 giờ hoàn thiện. Bộ phận lắp ráp có 3 nhân công và bộ phận hoàn thiện có 4 nhân công. Biết thị trường tiêu thụ hết sản phẩm của xưởng và lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 2,5 lần số bàn. Biết 1 công nhân làm việc không vượt quá 6h

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Gọi x, y lần lượt là số cái bàn và cái ghế cần để sản xuất. Điều kiện đúng của giờ lắp ráp bàn ghế sẽ là?

A. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y \leq 6$.

B. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y \leq 6$.

C. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y \leq 6$.

D. $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y \leq 6$.

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Một chiếc bàn lãi 600 nghìn đồng, một chiếc ghế lãi 450 nghìn đồng. Trong 1 ngày xưởng cần sản xuất bao nhiêu cái bàn, bao nhiêu cái ghế để thu được lãi cao nhất?

A. $x = 8, y = 10$.

B. $x = 8, y = 8$.

C. $x = 4, y = 10$.

D. $x = 10, y = 8$.

NOTE:

Bộ phận lắp ráp có 3 công nhân nên giờ lắp ráp là: $\frac{1,5}{3}x + \frac{0,75}{3}y \leq 6 \Rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y \leq 6$

Bộ phận hoàn thiện có 4 công nhân nên giờ hoàn thiện là: $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y \leq 6$

Ghế không quá 2,5 lần số bàn: $y \leq 2,5x$

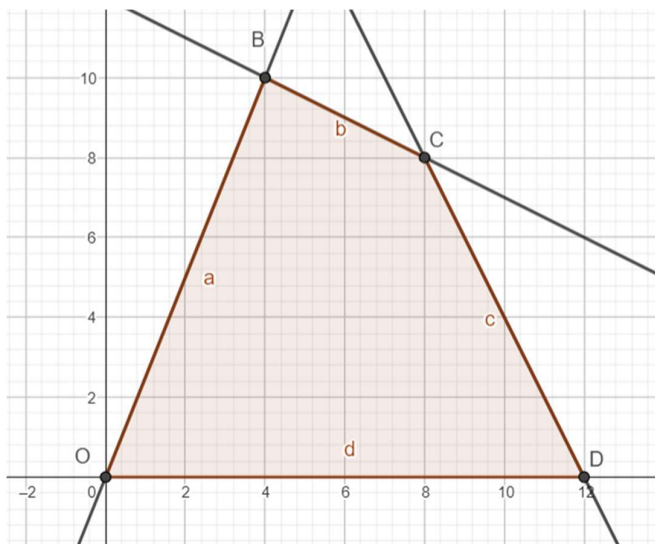


Như vậy theo đề ta có điều kiện hệ:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y \leq 6 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y \leq 6 \\ y \leq 2,5x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Vẽ hệ điều kiện ta được miền nghiệm tứ giác OABC với:

$$O(0;0), B(4;10), C(8;8), D(12;0)$$



Lãi trong 1 ngày từ sản xuất bàn ghế là: $T(x; y) = 600x + 450y$

Thử từng điểm O, A, B, C ta thấy $T(C) = 600 \cdot 8 + 450 \cdot 8 = 8400 = T_{\max}$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho phương trình: $m \cdot 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] tổng tất cả các nghiệm của phương trình khi $m = 1$ là:

- A. $\frac{5}{2}$.
- B. -3 .
- C. 2 .
- D. 0 .

NOTE:

$$\text{Với } m = 1 \Rightarrow 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^x \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Câu 75: [EMPIRE TEAM] tập hợp m để phương trình có 1 nghiệm duy nhất?

- A. $m < 0$.

B. $m > 2$.

C. $m < \frac{25}{8}$.

D. $m \leq 0$.

NOTE:

$$t = 2^x \Rightarrow mt^2 - 5t + 2 = 0 \quad (1)$$

Để phương trình ban đầu có 1 nghiệm duy nhất thì phương trình (1)

$$\text{TH1: } m = 0 \Rightarrow -5t + 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{5} \text{ thoả}$$

$$\text{TH2: } m \neq 0$$

Nếu phương trình (1) có 1 nghiệm có dương và 1 nghiệm bằng 0

Ta có: $m \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + 2 \neq 0$ vậy không tồn tại trường hợp này.

Nếu phương trình (1) có 1 nghiệm có dương và 1 nghiệm âm

$$\text{Điều kiện cần: } \Delta = 25 - 8m > 0 \Rightarrow m < \frac{25}{8}$$

$$2 \text{ nghiệm trái dấu } t_1 \cdot t_2 < 0 \Rightarrow \frac{2}{m} < 0 \Rightarrow m < 0$$

Vậy cả 2 TH suy ra $m \leq 0$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77

Cho bất phương trình: $\log_3(2^{2x} - 16) - \log_9 m \leq 0$ với $m > 0$

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Tổng các nghiệm nguyên dương của bất phương trình khi $m = 59049$

A. 4.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

NOTE:

$$\text{Điều kiện xác định là } 2^{2x} - 16 > 0 \Rightarrow x > 2$$

$$\text{Khi } m = 729 \Rightarrow \log_3(2^{2x} - 16) - \log_9 59049 \leq 0 \Rightarrow 4^x - 16 \leq 3^5 \Rightarrow 2 < x \leq \log_4(259)$$

$$\Rightarrow x \in \{3; 4\} \Rightarrow 3 + 4 = 7$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Giá trị nguyên dương lớn nhất của của m để bất phương trình có đúng 2 nghiệm nguyên dương là?

A. 57601.

B. 57600.

C. 1016063.

D. 1016064.

NOTE:

$$\text{Ta có: } \log_3(2^{2x} - 16) - \log_9 m \leq 0 \Rightarrow 4^x \leq \sqrt{m} + 16 \Rightarrow 2 < x \leq \log_4(\sqrt{m} + 16)$$

$$\Rightarrow 3 \leq x \leq \log_4(\sqrt{m} + 16)$$

Để bất phương trình có đúng 2 nguyên dương:



$$4 \leq \log_4(\sqrt{m} + 16) < 5 \Rightarrow 240 \leq \sqrt{m} < 1008 \Rightarrow 57600 \leq m < 1016064$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Một xạ thủ Allancia (gọi tắt là A) bắn vào bia tập bắn với xác suất trúng tâm là 0,7. Giả sử có 1 xạ thủ người Lào tên là Luân (gọi tên tắt là L) thì bắn với xạ thủ A, sau thoả thuận cứ mỗi lượt bắn L sẽ bắn trước. Xác suất trúng tâm Biết rằng A dễ bị tâm lý, trong 1 lượt bắn, nếu trước đó L bắn trúng tâm thì xác suất A bắn trúng tâm là 0,6. Còn nếu L bắn không trúng tâm, thì xác suất A vẫn như thường lệ.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Tính xác suất để xạ thủ A bắn 1 mình 5 lần nhưng chỉ trúng tâm 2 lần?

A. 0,01323.

B. 0,8677.

C. 0,1323.

D. 0,49.

NOTE:

Bắn 5 lần với số lần thành công là 2 lần thì xác suất người xạ thủ này là xác suất

Bernoulli với công thức: $P = C_5^2 \cdot 0,7^2 (1 - 0,7)^3 = 0,1323$

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Tính xác suất của người xạ thủ A bắn 1 mình trong 6 lần bắn có ít nhất 2 lần trúng tâm gần nhất với giá trị nào?

A. 98%.

B. 1,1%.

C. 99%.

D. 9,8%.

NOTE:

Xác suất 6 lần bắn mà chỉ 1 lần trúng tâm là: $P_1 = C_6^1 \cdot 0,7 \cdot (1 - 0,7)^5 = 0,010206$

Xác suất 6 lần bắn mà không lần nào trúng tâm là: $P_2 = (1 - 0,7)^6 = 7,29 \cdot 10^{-4}$

Xác suất để trong 6 lần bắn có ít nhất 2 lần trúng tâm: $P = 1 - P_1 - P_2 = 0,989065$

Câu 80: [EMPIRE TEAM]. Tính xác suất để xạ thủ A bắn trúng tâm 3 lần trong 5 lượt sô lô với xạ thủ L. Biết rằng L tâm lý cứng với xác suất bắn trúng tâm cố định là 0,65

A. 66%.

B. 34%.

C. 63,5%.

D. 50%.

NOTE:

Gọi A: "xạ thủ A bắn được trúng tâm" $\Rightarrow P(A) = 0,7$

Gọi B: "xạ thủ L bắn được trúng tâm" $\Rightarrow P(B) = 0,65$

Xác suất mà A bắn trúng tâm khi trước đó L bắn trúng tâm là: $P(A/B) = 0,6$

Xác suất mà A bắn trúng tâm khi trước đó L không bắn trúng tâm là: $P(A/\bar{B}) = 0,7$

Xác suất mà để trong 1 lần bắn mà A bắn được trúng tâm là:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A/B) + P(\bar{B}) \cdot P(A/\bar{B}) = 0,65 \cdot 0,6 + (1 - 0,65) \cdot 0,7 = 0,635$$

Bài toán trở thành xạ thủ A có 5 lần bắn mà có 3 lần bắn trúng tâm với xác suất 0,635

Ta có công thức Bernoulli: $P = C_5^3 \cdot 0,635^3 \cdot (1 - 0,635)^2 \approx 34\%$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Cho tam giác có ABC có 3 cạnh $AB = 3, AC = 4, BC = 5$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Giá trị $\overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{AB}$

A. 3.

B. 5.

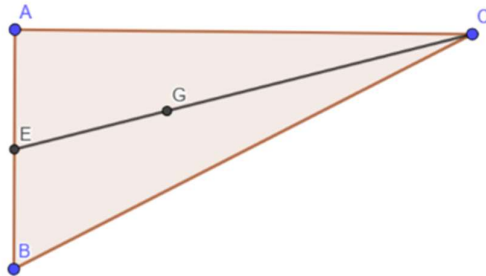
C. -3.

D. -5.

NOTE:

Ta có: $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A

Gọi E là trung điểm AB .



$$\overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3} \cdot (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3} \cdot \left(\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} AB^2 \right) = \left(\frac{2}{3} \cdot 0 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^2 \right) = 3$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Tính Độ dài đường cao kẻ từ đỉnh G trong tam giác GBC

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{2}{3}$.

NOTE:

Theo định lý Talet ta có: $\frac{d(G; BC)}{d(E; BC)} = \frac{CG}{CE} = \frac{2}{3}$ và $\frac{d(E; BC)}{d(A; BC)} = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{2}$

Nhân 2 biểu thức theo vế ta được:

$$\frac{d(G; BC)}{d(E; BC)} \cdot \frac{d(E; BC)}{d(A; BC)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow d(G; BC) = \frac{1}{3} d(A; BC)$$

Mặt khác theo hệ thức lượng tam giác ABC vuông:



$$d(A; BC) = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} \Rightarrow d(G; BC) = \frac{4}{5}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 4x + 3y - 3 = 0$, điểm $M(2; 0)$

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Phương trình đường tròn (C) có tâm $M(2; 0)$ tiếp xúc với d là:

A. $(C): (x+2)^2 + y^2 = 1.$

B. $(C): x^2 + (y-2)^2 = 1.$

C. $(C): (x-2)^2 + y^2 = 4.$

D. $(C): (x-2)^2 + y^2 = 1.$

NOTE:

Vì (C) tiếp xúc với d suy ra $R = d(M; d) = \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot 0 - 3|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1 \Rightarrow (C): (x-2)^2 + y^2 = 1$

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Tồn tại trên đường thẳng d điểm có tọa độ nguyên cách tâm M một đoạn bằng $\sqrt{10}$. Tổng hoành độ và tung độ điểm này là:

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. -3.

NOTE:

Gọi N thuộc $d \Rightarrow N\left(t; \frac{3-4t}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(t-2; \frac{3-4t}{3}\right)$

Ta có: $MN = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{(t-2)^2 + \left(\frac{3-4t}{3}\right)^2} = \sqrt{10} \Rightarrow \frac{25}{9}t^2 - \frac{20}{3}t - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -\frac{3}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow N(3; -3) \Rightarrow 3 + (-3) = 0$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc đáy.

$AB = a$, SB tạo với đáy 1 góc 45° . Khoảng cách từ B đến (SAC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. G là trọng tâm của đáy.

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Thể tích hình chóp $S.ABC$?

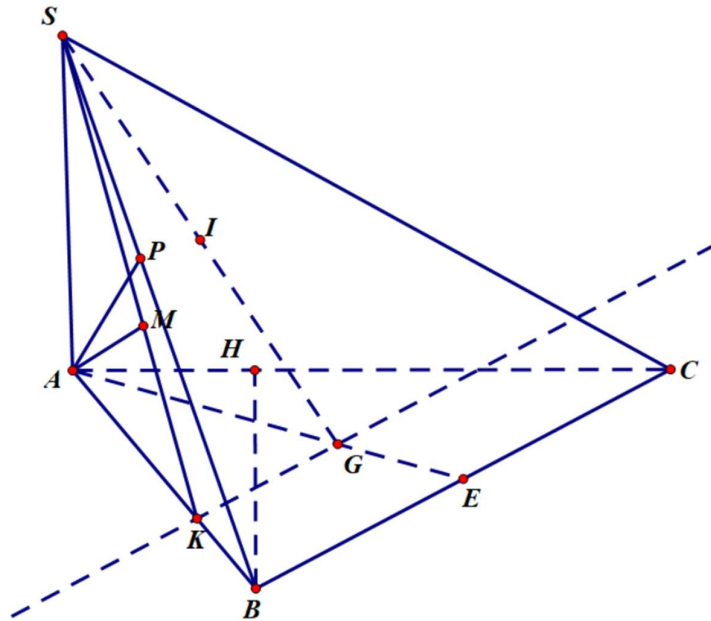
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

NOTE:



Gọi H là hình chiếu của B lên AC

Để chứng minh $BH \perp (SAC) = d(B; (SAC)) = BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Tam giác ABC vuông tại B nên $BC = \frac{BA \cdot BH}{\sqrt{BA^2 - BH^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{(a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = a\sqrt{3}$

$(SB; (ABC)) = 45^\circ = \widehat{SBA}$ nên tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA = AB = a$

$V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Khoảng cách từ trung điểm SG đến (SBC)

A. $\frac{a\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{12}$.

NOTE:

Gọi I là trung điểm SG , gọi E là trung điểm BC



Ta có:

$$\frac{d(I;(SBC))}{d(G;(SBC))} = \frac{SI}{SG} = \frac{1}{2}; \frac{d(G;(SBC))}{d(A;(SBC))} = \frac{EG}{EA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{d(I;(SBC))}{d(G;(SBC))} \cdot \frac{d(G;(SBC))}{d(A;(SBC))} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{d(I;(SBC))}{d(A;(SBC))} = \frac{1}{6}$$

Gọi P là hình chiếu của A lên SB để chứng minh $AP \perp (SBC)$

$$\Rightarrow d(A;(SBC)) = AP = AB \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d(I;(SBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{12}$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Khoảng cách giữa 2 đường chéo nhau SG và BC

A. $\frac{2a\sqrt{13}}{13}$.

B. $\frac{a\sqrt{13}}{39}$.

C. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$.

D. $\frac{a\sqrt{13}}{26}$.

NOTE:

Qua G kẻ 1 đường thẳng song song BC cắt AB tại K .

Nên $KG \parallel BC$ suy ra $BC \parallel (SKG) \Rightarrow d(SG; BC) = d(E;(SKG))$

$$\frac{d(E;(SKG))}{d(A;(SKG))} = \frac{GE}{GA} = \frac{1}{2}$$

Gọi M là hình chiếu của A lên SK , để chứng minh $AM \perp (SGK)$

$$\Rightarrow d(A;(SKG)) = AM = \frac{AS \cdot AK}{\sqrt{AS^2 + AK^2}} = \frac{a \cdot \frac{2}{3}a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2}} = \frac{2a\sqrt{13}}{13}$$

$$\Rightarrow d(E;(SKG)) = \frac{a\sqrt{13}}{13}$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$ và điểm

$A(-2; 2; -6)$, mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Tâm I và bán kính của mặt cầu (S) :

A. $R = 3, I(1; 2; -3)$.

B. $R = 3, I(1; 2; 3)$.

C. $R = 9, I(1; 2; -3)$.

D. $R = 3, I(-1; -2; 3)$.

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Gọi Δ là đường thẳng qua $A(-2; 2; -6)$ vuông góc với mặt phẳng (P) . Biết điểm $M(a; b; c)$ ($a > 0$) là giao điểm giữa Δ và mặt cầu (S) . Giá trị $a + b + c$

A. -2 .

B. -3 .

C. 3 .

D. 2 .

NOTE:

$$\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (1; -1; 1)$$

Mà Δ đi qua A suy ra $\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 - t \\ z = -6 + t \end{cases}$

$$\Delta \cap (S): (t-3)^2 + (-t)^2 + (t-3)^2 = 9 \Rightarrow 3t^2 - 12t + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$t = 1 \Rightarrow M_1(-1; 1; -5)$$

$$t = 3 \Rightarrow M_2(1; -1; -3) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \Rightarrow a + b + c = -3 \\ c = -3 \end{cases}$$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Gọi (α) là mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến có chu vi $2\pi\sqrt{5}$. Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng này là:

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .

NOTE:

Gọi (C) là giao tuyến của (α) và (S)

$$P_{(C)} = 2\pi r = 2\pi\sqrt{5} \Rightarrow r = \sqrt{5}$$

$$\text{Ta có: } d^2(I; (\alpha)) + r^2 = R^2 \Rightarrow d(I; (\alpha)) = 2$$

Như vậy, đáp án phù hợp nhất là đáp án B.



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 11

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Trong 1 lớp học có 20 học sinh thích chơi bóng đá, 16 học sinh thích chơi rổ, 12 học sinh thích chơi bóng chuyền, 10 học sinh vừa thích chơi bóng đá và thích chơi bóng rổ, 7 học sinh vừa thích chơi bóng đá và thích chơi bóng chuyền, 9 học sinh vừa thích chơi bóng rổ và thích chơi bóng chuyền. Trong đó chỉ có 11 học sinh chỉ thích chơi đúng 2 môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp thích chơi đúng 1 môn bóng đá, bóng rổ và bóng chuyền.

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 9.

NOTE:

Gọi A tập hợp số học sinh thích chơi bóng đá $\Rightarrow n(A) = 20$ học sinh

Gọi B tập hợp số học sinh thích chơi bóng rổ $\Rightarrow n(B) = 16$ học sinh

Gọi C tập hợp số người thích chơi bóng chuyền $\Rightarrow n(C) = 12$ học sinh

n

Gọi K là số học sinh chỉ thích đúng 2 môn ta có:

$$K = n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) - 3n(A \cap B \cap C)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B \cap C) = \frac{n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) - K}{3} = \frac{10 + 7 + 9 - 11}{3} = 5$$

Số học sinh chỉ thích chơi một môn bóng đá là:

$$n_1 = n(A) - (n(A \cap B) + n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C)) = 20 - (10 + 7 - 5) = 8$$

Số học sinh chỉ thích chơi một môn bóng rổ là:

$$n_2 = n(B) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)) = 16 - (10 + 9 - 5) = 2$$

Số học sinh chỉ thích chơi một môn bóng chuyền là:

$$n_3 = n(C) - (n(A \cap C) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)) = 12 - (7 + 9 - 5) = 1$$

Số học sinh chỉ thích chơi 1 môn bộ môn là: $n_1 + n_2 + n_3 = 8 + 2 + 1 = 11$

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho $2 \log(a^2 b^3), \log(a^5 b^{11}), \log(a^8 b^{15})$ là 3 số hạng đầu tiên của 1 cấp số cộng. Số hạng thứ 10 của dãy này là $\log(a^n)$. Tìm n

A. 113.

B. 114.

C. 115.

D. 116.

NOTE:

$$2\log(a^2b^3) + \log(a^6b^{13}) = 2\log(a^4b^{10}) \Rightarrow \log(a^4b^6) + \log(a^6b^{13}) = \log(a^{10}b^{19}) = \log(a^8b^{20})$$

$$\Rightarrow a^{10}b^{19} = a^8b^{20} \Rightarrow b = a^2 \Rightarrow u_1 = \log(a^4b^6) = \log(a^4 \cdot a^{12}) = \log(a^{16})$$

$$u_2 = \log(a^5b^{11}) = \log(a^5a^{22}) = \log a^{27} \Rightarrow d = u_2 - u_1 = \log(a^{27}) - \log(a^{16}) = \log(a^{11})$$

$$u_{10} = u_1 + 9d = \log(a^{16}) + 9\log(a^{11}) = \log(a^{115})$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R thỏa mãn rằng

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x^2 - 4x + 3} = 1. \text{ Biết hàm số } f(x) \text{ có nghiệm } x = -2 \text{ và là 1 hàm số bậc 2. Tính giá}$$

trị $f(8)$

A. -10.

B. 10.

C. -20.

D. 20.

NOTE:

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x^2 - 4x + 3} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-1)(x-3)} = 1 \text{ kết quả giới hạn là 1 hằng số ta}$$

suy ra $f(x)$ phải có nghiệm là $x = 3$ (bội 1) $\Rightarrow f(3) = 0$. Do hàm số $f(x)$ là 1 hàm bậc 2.

$$\text{Nên có dạng: } f(x) = k(x-3)(x+2) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{k(x-3)(x+2)}{(x-1)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{k(x+2)}{(x-1)} = \frac{5k}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5k}{2} = 1 \Rightarrow k = \frac{2}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{5}(x-3)(x+2) \Rightarrow f(8) = 20$$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x) = \ln(2e^x + m)$. Biết $f'(\ln 2) = 1$. Giá trị của tham số

m

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. -2.

NOTE:

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{2e^x}{2e^x + m} \Rightarrow f'(\ln 2) = \frac{2e^{\ln 2}}{2e^{\ln 2} + m} = \frac{4}{4 + m} = 1 \Rightarrow m = 0$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f'(x) = (x-1)(x^2 - 3mx + 2)$. Tìm m nguyên lẻ nhỏ nhất để hàm số đã cho có 3 cực trị dương?

A. 1.

B. 3.



C. 2 .

D. 0 .

NOTE:

Ta có: $f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 3mx + 2 = 0 \end{cases} (1)$ vậy để hàm số có 3 cực trị dương thì

phải có 2 nghiệm phân biệt dương khác 1 suy ra: $\begin{cases} 1^2 - 3m + 2 \neq 0 \\ \Delta = 9m^2 - 8 > 0 \\ x_1 + x_2 = 3m > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ m \neq 1 \end{cases}$

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Khoảng cách từ tâm đối xứng của đồ thị $y = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 2x}$ đến trục hoành

là

A. 1.

B. 3 .

C. 2 .

D. 5 .

NOTE:

Ta có: $y = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x(x-2)} = \frac{x^2+2x+4}{x} = x + 2 + \frac{4}{x}$

Tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận xiên $y = x + 2$ nên tâm đối xứng của đồ thị là $I(0;2)$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + m}{x - 1}$ với m là tham số thực

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Khi $m = 2$, hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2)$.

NOTE:

Với $m = 2$ suy ra $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Tìm giá trị nguyên dương nhỏ nhất của tham số m để hàm số đã cho có 2 cực trị

A. 1.

B. 3 .

C. 4 .

D. 2 .

$$y' = \frac{x^2 - 2x + 2 - m}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 - m = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt khác 1:}$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \Delta = 4 - 4(2 - m) > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 + 2 - m \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > 1 \end{cases} \Rightarrow m > 1$$

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng có hệ số góc bằng 2 đi qua $A(0; -1)$ cắt đồ thị tại hai điểm có hoành độ lớn hơn -1

A. 1.

B. 3 .

C. 4 .

D. 2 .

NOTE:

Đường thẳng d có hệ số góc bằng 2 và đi qua $A(0; -1)$: $y = 2x - 1$

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x^2 - 2x + m}{x - 1} = 2x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x + m = 2x^2 - 3x + 1 \Rightarrow m = x^2 - x + 1 = g(x)$$

Vẽ bbt $g(x)$ trên miền $(-1; +\infty)$ ta suy ra $\frac{3}{4} < m < 3$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 70 đến 71

$$\text{Cho cấp số cộng } (u_n) \text{ thỏa: } \begin{cases} u_1 + u_3 = 14 \\ u_2 u_4 = 133 \end{cases}$$

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Tìm công sai và số hạng đầu tiên của (u_n) :

A. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 5 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 6 \end{cases}$.

NOTE:

$$\begin{cases} u_1 + u_3 = 14 \\ u_2 u_4 = 133 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 2d = 14 \\ (u_1 + d)(u_1 + 3d) = 133 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + d = 7 \\ 7(u_1 + 3d) = 133 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 6 \end{cases}$$

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Tính giá trị $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2 - 2025n}$



- A. 1.
B. 3.
C. 4.
D. 2.

NOTE:

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (2u_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 6) = 3n^2 - 2n$$

$$\text{Suy ra } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2 - 2025n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n}{n^2 - 2025n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2}{n^2} = 3$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại một cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40 000 đồng. Mỗi sản phẩm loại hai cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ đem lại mức lợi nhuận là 30 000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc.

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Gọi x là số kg loại một và y là số kg loại hai thì mức lợi nhuận có công thức là?

- A. $30000x + 30000y$.
B. $40000x + 40000y$.
C. $40000x + 30000y$.
D. $30000x + 40000y$.

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Sản xuất mỗi loại sản phẩm để thu được mức lợi nhuận cao nhất thỏa mãn $x = a, y = b$. Tính $a + b$.

- A. 40.
B. 50.
C. 60.
D. 70.

NOTE:

Gọi x ($x \geq 0$) là số kg loại một cần sản xuất, y ($y \geq 0$) là số kg loại hai cần sản xuất. Suy ra số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$, thời gian là $30x + 15y$ có mức lợi nhuận là $40000x + 30000y$.

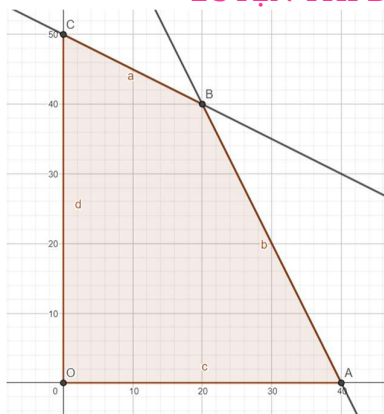
Theo giả thiết bài toán xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc, suy ra $2x + 4y \leq 200$ hay $x + 2y - 100 \leq 0$; $30x + 15y \leq 1200$ hay $2x + y - 80 \leq 0$.

$$\text{Tìm } x; y \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*) \text{ sao cho } L(x; y) = 40000x + 30000y \text{ đạt giá}$$

trị lớn nhất.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $OABC$ với

$O(0;0), A(40;0), C(0;50), B(20;40)$.



Ta có $L(0;0) = 0, L(40;0) = 1600\,000, L(0;50) = 1500\,000, L(20;40) = 2\,000\,000$.

Do đó giá trị lớn nhất của $L(x;y)$ là $2\,000\,000$ khi $(x;y) = (20;40)$.

Vậy nên sản xuất 20kg sản phẩm loại I và 40kg sản phẩm loại hai để có mức lợi nhuận cao nhất.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho phương trình: $25^x - \frac{1}{5}(2m-1) \cdot 5^{x+1} + 2m + 2 = 0$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] khi $m = 4$, phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả $x_1 > x_2$.

Giá trị biểu thức: $x_1 + 25^{x_2}$ bằng?

A. 3 .

B. 5 .

C. 2 .

D. 4 .

NOTE:

Khi $m = 4$ phương trình trở thành $25^x - \frac{1}{5} \cdot 7 \cdot 5^{x+1} + 10 = 0$

$\Rightarrow 25^x - 7 \cdot 5^x + 10 = 0$ đặt $t = 5^x (t > 0)$

Suy ra phương trình: $t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^x = 5 \\ 5^x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 = x_1 \\ x = \log_5 2 = x_2 \end{cases}$

$\Rightarrow x_1 + 25^{x_2} = 1 + 25^{\log_5 2} = 5$

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Tổng các giá trị nguyên để phương trình vô nghiệm là:

A. 3 .

B. 4 .

C. 5 .

D. 6 .

NOTE:

đặt $t = 5^x (t > 0)$ phương trình trở thành: $t^2 - (2m-1)t + 2m + 2 = 0 (2)$

để phương trình ban đầu vô nghiệm:



TH1: phương trình (2) vô nghiệm:

$$\Delta = (2m-1)^2 - 4 \cdot (2m+2) = 4m^2 - 12m - 7 < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < m < \frac{7}{2}$$

TH2: phương trình (2) có nghiệm nhỏ hơn hoặc bằng 0:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \geq 0 \\ t_1 + t_2 \leq 0 \\ t_1, t_2 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4m^2 - 12m - 7 \geq 0 \\ 2m - 1 \leq 0 \\ 2m + 2 \geq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} m \geq \frac{7}{2} \\ m \leq -\frac{1}{2} \\ m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq -1 \end{array} \right. \Rightarrow -1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$$

Kết hợp 2 trường hợp suy ra: $-1 \leq m < \frac{7}{2} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77

Cho bất phương trình: $\ln(e^x - m) \geq 2x$ với m là tham số thực

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Giá trị nghiệm nguyên không âm lớn nhất của bất phương trình với $m = -2$

A. 0 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 3 .

NOTE:

Với $m = -2$ bất phương trình: $\ln(e^x + 2) \geq 2x \Rightarrow e^{2x} - e^x - 2 \leq 0$

$$-1 \leq e^x \leq 2 \Rightarrow x \leq \ln 2 \Rightarrow x = 0$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để bất phương trình có đúng 3 nghiệm nguyên không âm?

A. 362 .

B. 363 .

C. 364 .

D. 365 .

NOTE:

$$\ln(e^x - m) \geq 2x \Rightarrow m \leq -e^{2x} + e^x \text{ đặt } t = e^x \text{ suy ra } t^2 + t + m \leq 0 \quad (2)$$

Điều kiện cần để bất phương trình (2) có nghiệm: $\Delta = 1 - 4m > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{4}$



$$\begin{cases} t_1 = \frac{-1 + \sqrt{1-4m}}{2} > 0 \\ t_2 = \frac{-1 - \sqrt{1-4m}}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < t \leq \frac{-1 + \sqrt{1-4m}}{2} \Rightarrow 0 \leq x \leq \ln \left(\frac{-1 + \sqrt{1-4m}}{2} \right)$$

$$2 \leq \ln \left(\frac{-1 + \sqrt{1-4m}}{2} \right) < 3 \Rightarrow 2e^2 + 1 \leq \sqrt{1-4m} < 2e^3 + 1 \Rightarrow \frac{1 - (2e^3 + 1)^2}{4} < m \leq \frac{1 - (2e^2 + 1)^2}{4}$$

Suy ra $-423 \leq m \leq -62$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Trong 1 tổ chức A có 30 thành viên, công ty tổ chức hoạt động từ thiện cần cử ra 7 người làm 1 đội để đi xuống vùng sâu để hỗ trợ. Biết rằng trong 30 thành viên có 2 thành viên tên là Huy và Chi.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Số cách chọn ra 1 đội từ thiện gồm 7 người là:

- A. 2053800 .
- B. 2038500 .
- C. 2035800 .
- D. 2083500 .

NOTE:

Số cách chọn ra 1 đội từ thiện gồm 7 người là: $C_{30}^7 = 2035800$ (cách)

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Số cách chọn ra 1 đội từ thiện có mặt cả 2 thành viên Huy và Chi là:

- A. 92820 .
- B. 92280 .
- C. 98820 .
- D. 98280 .

NOTE:

Số cách chọn ra 1 đội từ thiện có mặt cả 2 thành viên Huy và Chi là: $C_{28}^5 = 98280$ (cách)

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Xác suất để chọn ra 1 đội từ thiện chỉ có mặt 1 trong 2 bạn Chi và Huy gần nhất giá trị nào?

- A. 73% .
- B. 38% .
- C. 83% .
- D. 37% .

NOTE:

Số cách chọn 1 đội từ thiện không có mặt cả 2 bạn Chi và Huy là: $C_{30}^7 = 1184040$ (cách)

Số cách chọn 1 đội từ thiện chỉ có mặt 1 trong 2 bạn Chi và Huy là:

$$C_{30}^7 - C_{28}^5 - C_{28}^7 = 753480 \text{ (cách)}$$

Xác suất để chọn ra 1 đội từ thiện chỉ có mặt 1 trong 2 bạn Chi và Huy là:

$$P = \frac{753480}{2035800} = \frac{161}{435} \approx 37\%$$



READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Cho tứ giác lồi ABCD có $AB = 3, CD = 5$, E và F trung điểm của BC và AD ,
 $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 60^\circ$.

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Tính độ dài EF

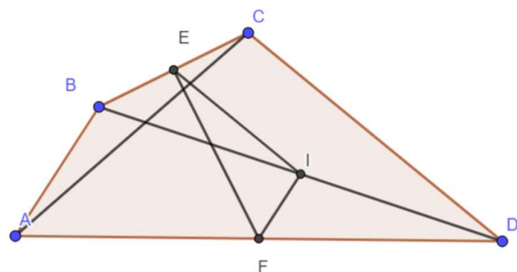
A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{19}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

NOTE:



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot CD \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 3 \cdot 5 \cdot \cos(60^\circ) = \frac{15}{2}$$

Gọi I là trung điểm BC để chứng minh IE và IF lần lượt là đường trung bình trong

$$\text{tam giác } BCD \text{ và tam giác } ABD \text{ suy ra: } \begin{cases} IF \parallel AB \\ IF = \frac{1}{2} AB = \frac{3}{2} \\ IE \parallel CD \\ IE = \frac{1}{2} CD = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{EI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EI} + \overrightarrow{IF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} \Rightarrow EF = \sqrt{\frac{1}{4} AB^2 + \frac{1}{4} CD^2 + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CD}}$$

$$\Rightarrow EF = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 3^2 + \frac{1}{4} \cdot 5^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{-15}{2} \right)} = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Tính tổng bán kính nội tiếp và ngoại tiếp tam giác IEF xấp xỉ bằng số nguyên nào?

A. 4.

B. 8.

C. 5.

D. 10.

NOTE:

$$\text{Ta có: } p = \frac{IE + IF + EF}{2} = \frac{\frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{19}}{2}}{2} = \frac{8 + \sqrt{19}}{4}$$

$$S = \frac{1}{2} IE \cdot IF \cdot \sin(\overrightarrow{IE}; \overrightarrow{IF}) = \frac{1}{2} IE \cdot IF \cdot \sin(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{CD}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \sin 120^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{16}$$

$$r_{IEF} = \frac{S}{p} = \frac{\frac{15\sqrt{3}}{16}}{\frac{8 + \sqrt{19}}{4}} = \frac{8\sqrt{30} - \sqrt{57}}{12}$$

$$R_{IEF} = \frac{IE \cdot IF \cdot EF}{4S} = \frac{\frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{19}}{2}}{4 \cdot \frac{15\sqrt{3}}{16}} = \frac{2\sqrt{57} + 16\sqrt{3}}{45}$$

$$r_{IEF} + R_{IEF} \approx 4$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $A(-1; 2)$, $B(2; -3)$ và đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$.

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Tìm tung độ giao điểm I của đường thẳng AB và đường thẳng d :

A. $\frac{6}{13}$.

B. $-\frac{6}{13}$.

C. $\frac{1}{13}$.

D. $-\frac{1}{13}$.

NOTE:

$$\overrightarrow{AB} = (3; -5) \Rightarrow \vec{n}_{AB} = (5; 3)$$

$$AB: 5(x + 1) + 3(y - 2) = 0 \Rightarrow AB: 5x + 3y - 1 = 0$$

$$I = AB \cap d \text{ nên toạ độ điểm } I \text{ thoả hệ: } \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 5x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{13} \\ y = \frac{6}{13} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I\left(-\frac{1}{13}; \frac{6}{13}\right)$$

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Tìm điểm M có tung độ dương trên d mà khoảng cách của nó đến AB bằng $\sqrt{34}$



Biết rằng hoành độ điểm này có dạng $\frac{m}{n}$ tối giản và $m, n \in \mathbb{Z}$

A. 50 .

B. 60 .

C. 70 .

D. 80 .

NOTE:

$$M \in d \Rightarrow M(2t-1; t)$$

$$d(M; AB) = \frac{|5 \cdot (2t-1) + 3t-1|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \sqrt{34} \Rightarrow |13t-6| = 34 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{40}{13} \\ t = -\frac{28}{13} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{67}{13}; \frac{40}{13}\right) \Rightarrow x_M = \frac{67}{13} \Rightarrow \begin{cases} m = 67 \\ n = 13 \end{cases} \Rightarrow m+n = 80$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{ABD} = 60^\circ$. hình chiếu của A' xuống mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm G của tam giác ABD . Cạnh bên hợp với đáy 1 góc 60° .

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Thể tích khối lăng trụ này là?

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

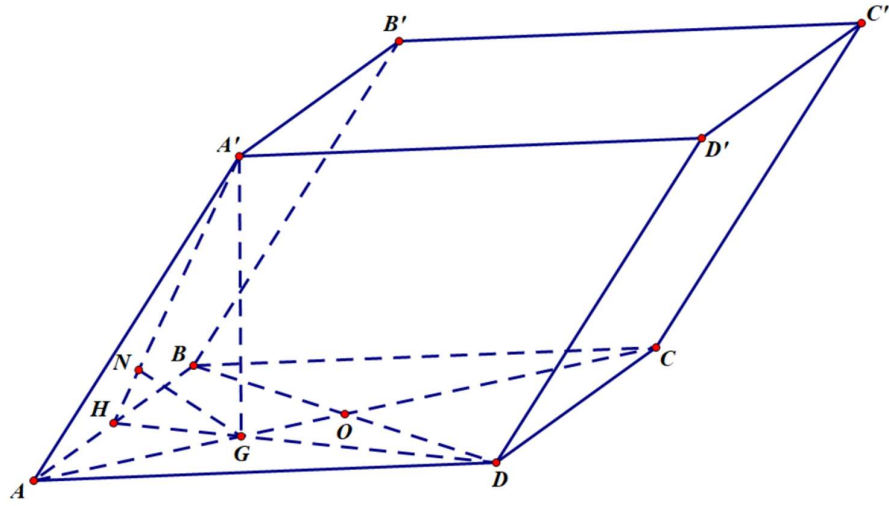
NOTE:

Ta có tam giác ABD đều cạnh a nên $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Góc giữa cạnh bên lăng trụ và đáy là: $(A'A; (ABCD)) = (A'A; AG) = \widehat{A'AG} = 60^\circ$

Xét tam giác $A'AG$ vuông tại G : $A'G = AG \cdot \tan(A'AG) = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a$

$$V = A'G \cdot S_{ABCD} = a \cdot 2a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$



Câu 86: [EMPIRE TEAM] Tính cosin góc giữa 2 mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(ABCD)$

A. $\frac{\sqrt{11}}{11}$.

B. $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

D. $\frac{\sqrt{17}}{17}$.

NOTE:

Gọi H là trung điểm AB

Dễ chứng minh: $\left((AA'B'B); (ABCD) \right) = (A'H; GH) = \widehat{A'HG} = \alpha$

$$HG = \frac{1}{3}HB = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \tan(A'HG) = \frac{A'G}{HG} = \frac{a}{a\frac{\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Tính khoảng cách từ C' đến (ABB') ?

A. $\frac{3a\sqrt{13}}{13}$.

B. $\frac{3a\sqrt{13}}{26}$.

C. $\frac{3a\sqrt{39}}{13}$.



D. $\frac{a\sqrt{13}}{39}$.

NOTE:

Gọi N là hình chiếu của G lên $A'H$.

Để chứng minh $d(G; (ABB'A')) = GN$

Lại có: tam giác $A'GH$ vuông tại G : $GN = \frac{A'G \cdot HG}{\sqrt{A'G^2 + HG^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{13}}{13}$

$$CC' \perp (ABB'A') \Rightarrow d(C'; (ABB'A')) = d(C; (ABB'A'))$$

Ta có: $\frac{d(C; (ABB'A'))}{d(O; (ABB'A'))} = \frac{AC}{AO} = 2, \frac{d(O; (ABB'A'))}{d(G; (ABB'A'))} = \frac{AO}{AG} = \frac{3}{2}$

Suy ra:

$$\frac{d(C; (ABB'A'))}{d(O; (ABB'A'))} \cdot \frac{d(O; (ABB'A'))}{d(G; (ABB'A'))} = \frac{AC}{AO} \cdot \frac{AO}{AG} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3 \Rightarrow d(C; (ABB'A')) = 3d(G; (ABB'A'))$$

$$\Rightarrow d(C'; (ABB'A')) = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2; 2; -1)$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$, đường

thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + m \\ y = -2 + 2m \\ z = 1 - m \end{cases}$.

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Vector chỉ phương của d có dạng $\vec{u}_d = (a; b; -2)$. Tính $a + b$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

NOTE:

Từ phương trình d suy ra $\vec{u}_d = (1; -2; -2) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và song song với cả d và

Δ

A. $(P): x - 6y + 4z + 14 = 0.$

B. $(P): 6x - y + 4z - 6 = 0.$

C. $(P): x - 4y + 6z = 0.$

D. $(P): 4x - y + 6z - 12 = 0.$

NOTE:

Từ 2 phương trình d và Δ suy ra:
$$\begin{cases} \vec{u}_d = (-1; 2; 2) \\ \vec{u}_\Delta = (1; 2; -1) \end{cases}$$

Mặt phẳng (P) song song với cả 2 đường thẳng suy ra:

$$\vec{n} = [\vec{u}_d; \vec{u}_\Delta] = (-6; 1; -4) = -1 \cdot (6; -1; 4)$$

$$(P): 6(x-2) - 1(y-2) + 4(z+1) = 0 \Rightarrow (P): 6x - y + 4z - 6 = 0$$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng d và Δ

A. $\frac{15\sqrt{53}}{53}.$

B. $\frac{19\sqrt{53}}{53}.$

C. $\frac{16\sqrt{53}}{53}.$

D. $\frac{20\sqrt{53}}{53}.$

NOTE:

Chọn $M(1; 2; 1) \in d, N(3; -2; 1) \in \Delta$

$$\overrightarrow{MN} = (2; -4; 0)$$

Khoảng cách giữa 2 đường d và Δ :

$$d(d; \Delta) = \frac{|[\vec{u}_d; \vec{u}_\Delta] \cdot \overrightarrow{MN}|}{\|[\vec{u}_d; \vec{u}_\Delta]\|} = \frac{|(-6; 1; -4)(2; -4; 0)|}{\sqrt{6^2 + 1^2 + 4^2}} = \frac{|-12 - 4|}{\sqrt{53}} = \frac{16\sqrt{53}}{53}$$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 12

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Lớp 10A có 45 học sinh, trong đó có 25 em học giỏi môn Toán, 23 em học giỏi môn Lý, 20 em học giỏi môn Hóa, 11 em học giỏi cả môn Toán và môn Lý, 8 em học giỏi cả môn Lý và môn Hóa, 9 em học giỏi cả môn Toán và môn Hóa. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp học giỏi ít nhất một trong 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số bạn học giỏi cả ba môn trong lớp 10A là:

- A. 5.
- B. 7.
- C. 3.
- D. 6.

NOTE:

Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi Toán, Lý, Hóa.

Ta có công thức:

$$\begin{aligned} |A \cup B \cup C| &= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \\ \Rightarrow 45 &= 25 + 23 + 20 - 11 - 8 - 9 + |A \cap B \cap C| \\ \Rightarrow |A \cap B \cap C| &= 5. \end{aligned}$$

Vậy có 5 học sinh giỏi cả 3 môn.

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3, \log_c x = 4$. Tính giá trị của biểu thức:

$$\log_{a^2 b \sqrt{c}} x$$

- A. $\frac{12}{13}$.
- B. $\frac{6}{13}$.
- C. $\frac{24}{35}$.
- D. $\frac{1}{9}$.

NOTE:

$$\text{Ta có: } \log_{a^2 b \sqrt{c}} x = \frac{1}{2 \log_x a + \log_x b + \frac{1}{2} \log_x c} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{24}{35}$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + 5 - 2n \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị $P = a + b$ là

- A. 25.
- B. 9.
- C. 30.
- D. 6.

NOTE:

$$\begin{aligned}
 L &= \lim \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + 5 - 2n \right) = 5 + \lim \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} - 2n \right) \\
 &= 5 + \lim \frac{3n^2 - 2}{\sqrt[3]{(8n^3 + 3n^2 - 2)^2} + 2n\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + 4n^2} \\
 &= 5 + \lim \frac{3 - \frac{2}{n^2}}{\sqrt[3]{\left(8 + \frac{3}{n} - \frac{2}{n^3}\right)^2} + 2\sqrt[3]{8 + 3n - \frac{2}{n}} + 4} \\
 &= 5 + \frac{3}{4 + 2 \cdot 2 + 4} = \frac{21}{4} \\
 \Rightarrow P = a + b &= 25.
 \end{aligned}$$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2x + 3}$. Đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là:

- A. $f'(1) = 1$.
- B. $f'(1) = \frac{3}{2}$.
- C. $f'(1) = -2$.
- D. $f'(1) = \frac{1}{2}$.

NOTE:

$$f'(x) = 1 - \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} \Rightarrow f'(1) = 1$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R và có

$f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 1)$.
- B. $(-\infty; -2)$.
- C. $(0; +\infty)$.
- D. $(-2; -1)$.

NOTE:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 (BL) \\ x = 1 (BL) \\ x = -1 (BC) \end{cases}$$

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.



Câu 66: [EMPIRE TEAM] Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

NOTE:

Tập xác định của hàm số: $D = [-9; +\infty] \setminus \{0; -1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow x = 0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m^2 - 2$, với m là tham số thực

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Với $m=0$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. 0
- B. 4
- C. -1
- D. -4

NOTE:

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ là $f(-1) = 0$

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x+1)$ trên đoạn $[-3; 0]$ bằng 1. Khi

đó giá trị của m là:

- A. $m=0$
- B. $m=-2$.
- C. $m=1$.
- D. $m=3$

NOTE:

Ta có: $x+1 \in [-2; 1]$

Nhận thấy giá trị lớn nhất của hàm số là $f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + m^2 - 2 = 1$.

Khi đó giá trị của m là $m = \pm 1$.

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Số giá trị nguyên của $m \in (-2023; 2024)$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(1 - 3x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ nhỏ hơn 2 là:

A. 2024.

B. 1.

C. 2020.

D. 5.

NOTE:

$$\text{Ta có: } g'(x) = -3f'(1 - 3x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1 - 3x = 1 \\ 1 - 3x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + m^2 - 2 < 2$

$$\Rightarrow m^2 < 6 \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 70 đến 71

Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Ta có công bội của cấp số nhân (u_n) là

A. $q = -2$.

B. $q = 3$.

C. $q = 2$.

D. $q = -3$.

NOTE:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q^4 = 51 \\ u_1 q + u_1 q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^4) = 51 \\ u_1 q(1 + q^4) = 102 \end{cases}$$

Nếu $u_1 = 0$ hay $q = 0$ thì đều không thỏa mãn, vì vậy ta có $u_1 q \neq 0$. Chia theo vế ta được: $q = 2$.

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là

A. -1533.

B. 1533.

C. 381

D. 765

NOTE:

$$\text{Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là: } S_8 = \frac{u_1(1 - q^8)}{1 - q} = \frac{3 \cdot (1 - 2^8)}{1 - 2} = 765.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73



Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Gọi x, y lần lượt là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm

B. Số tiền lãi của nhà máy có dạng:

A. $3x + 2y$

B. $4x + 3y$.

C. $3x + 4y$.

D. $2x + 3y$

NOTE:

Số tiền lãi của nhà máy: $T = 4x + 3y$

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Để tiền lãi được nhiều nhất thì sản phẩm A cần được sản xuất số tấn là:

A. $\frac{81}{16}$.

B. $\frac{49}{9}$.

C. $\frac{45}{8}$.

D. $\frac{10}{3}$.

NOTE:

Ta có:

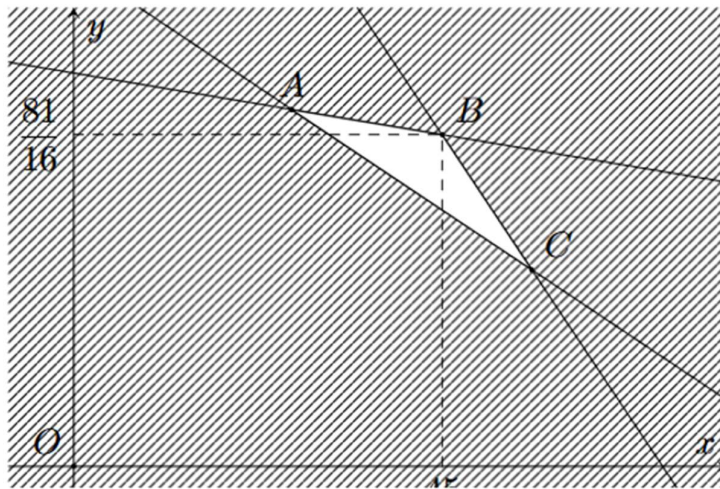
$x + 6y$ là thời gian hoạt động của máy I

$2x + 3y$ là thời gian hoạt động của máy II

$3x + 2y$ là thời gian hoạt động của máy III

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn
$$\begin{cases} x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases}$$
 để $T = 4x + 3y$ đạt giá trị

lớn nhất.



Xét tại các vị trí A, B, C , ta thấy T lớn nhất khi $(x; y) = \left(\frac{45}{8}; \frac{81}{16}\right)$.

Như vậy để tiền lãi được nhiều nhất thì cần sản xuất $\frac{45}{8}$ tấn sản phẩm A .

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Khi $m = 3$, tổng tất cả các nghiệm của phương trình là:

- A. 3.
- B. -1.
- C. 8
- D. -3.

NOTE:

$$\text{Ta có: } 4^x - 2^{x+3} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 0 & (L) \\ 2^x = 8 & (N) \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Để phương trình có đúng hai nghiệm $x \in (1; 3)$ thì điều kiện của m là:

- A. $-9 < m < 3$.
- B. $-13 < m < -9$
- C. $-13 < m < 3$.
- D. $3 < m < 9$

NOTE:

$$\text{Đặt } g(x) = 4^x - 2^{x+3} + 3 \Rightarrow g'(x) = 4^x \cdot \ln 4 - 8 \cdot 2^x \cdot \ln 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Ta có: } g(1) = -9, g(3) = 3, g(2) = -13$$

Suy ra để phương trình có hai nghiệm phân biệt từ $(1; 3)$ thì $g(2) < m < g(1)$ hay $-13 < m < -9$.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77:

Cho bất phương trình $\log_2(x^2 + mx + m + 2) \geq \log_2(x^2 + 2)$



Câu 76: [EMPIRE TEAM] Khi $m = -1$, tập nghiệm của bất phương trình là:

- A. $(-1; +\infty]$.
- B. $(-\infty; -1]$.
- C. $(-\infty; 1)$.
- D. $[-1; 1]$.

NOTE:

Khi $m = -1$ bất phương trình $\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x + 1) \leq \log_2(x^2 + 2)$

Hàm số $f(t) = \log_2 t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\Rightarrow x^2 - x + 1 \leq x^2 + 2$$

$$\Rightarrow x \geq -1$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m sao cho bất phương trình có nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số phần tử của S là:

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

NOTE:

Từ phương trình ta suy ra được $x^2 + mx + m + 2 \geq x^2 + 2 \Rightarrow mx + m \geq 0$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $mx + m \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = 0$.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là:

- A. $\frac{4}{17}$.
- B. $\frac{3}{17}$.
- C. $\frac{1}{17}$.
- D. $\frac{7}{17}$.

NOTE:

Gọi A là biến cố: "Học sinh được gọi lên bảng tên là Hiền"

Gọi B là biến cố: "Học sinh được chọn mang giới tính nữ".

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng tên Hiền và với điều kiện bạn đó là nữ là

$$P(A | B)$$

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{17}{30}, P(AB) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}.$$

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là:

A. $\frac{4}{13}$.

B. $\frac{3}{26}$.

C. $\frac{2}{13}$.

D. $\frac{7}{26}$.

NOTE:

Xác suất để thầy giáo gọi bạn có tên Hiền với điều kiện bạn đó nam là $P(A|\bar{B})$

$$\text{Ta có: } P(\bar{B}) = \frac{13}{30}, P(A\bar{B}) = \frac{2}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là:

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{3}{17}$.

C. $\frac{1}{30}$.

D. $\frac{1}{17}$.

NOTE:

Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là nữ là $P(B|A)$

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 6, BC = 7, CA = 9$. Điểm K thuộc AB sao cho $\overline{KB} = 2\overline{AK}$.

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Giá trị của $\overline{BC} \cdot \overline{CA}$ là:





- A. 47
- B. 2
- C. 34
- D. 72

NOTE:

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2} = 47$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Độ dài đường cao kẻ từ K của tam giác KAC là:

- A. $h_a = \frac{\sqrt{110}}{9}$
- B. $h_k = \frac{4\sqrt{110}}{18}$
- C. $h_a = \frac{\sqrt{110}}{54}$
- D. $h_k = \frac{4\sqrt{110}}{27}$

NOTE:

$$p = \frac{AB + BC + CA}{2} = 11$$

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = \sqrt{p(p-AC)(p-AB)(p-BC)} = 2\sqrt{110} = \frac{AC \cdot h_b}{2}$$

$$\Rightarrow h_b = \frac{4\sqrt{110}}{9}$$

$$\text{Theo đề bài } \overrightarrow{KB} = 2\overrightarrow{AK} \Rightarrow KA = \frac{1}{3}AB \Rightarrow h_k = \frac{1}{3}h_b = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{110}}{9} = \frac{4\sqrt{110}}{27}$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường trung tuyến AM là $2x - y + 3 = 0$, phương trình đường trung tuyến BN là $x + 2y - 5 = 0$, phương trình cạnh AB là $x - y - 1 = 0$.

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Hoành độ của điểm A là:

- A. $x_A = -4$
- B. $x_A = -1$
- C. $x_A = 1$
- D. $x_A = -2$

NOTE:

Tọa độ giao điểm của A là phương trình thỏa mãn hai đường thẳng AM và AB .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2x_A - y_A = -3 \\ x_A - y_A = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ y_A = -5 \end{cases}$$

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Điểm G có tọa độ là:

A. $G\left(-\frac{1}{15}; \frac{13}{15}\right)$

B. $G\left(\frac{2}{5}; \frac{13}{5}\right)$

C. $G\left(-\frac{1}{5}; \frac{13}{5}\right)$

D. $G\left(-\frac{2}{5}; -\frac{13}{5}\right)$

NOTE:

Tọa độ của điểm G là giao điểm của 2 phương trình đường trung tuyến AM, BN .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2x_G - y_G = -3 \\ x_G + 2y_G = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = -\frac{1}{5} \\ y_G = \frac{13}{5} \end{cases}$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H nằm trên cạnh AB sao cho $AH = \frac{a}{2}$ và $\widehat{SAH} = 60^\circ$

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Gọi O là tâm của đáy. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAD) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $a\sqrt{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{12}$

NOTE:

$$\text{Ta có: } SH = \tan \widehat{SAH} \cdot AH = \tan 60^\circ \cdot \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAD) bằng khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAD)

$$\frac{1}{d(H; (SAD))^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \left(\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\frac{a}{2}}\right)^2 = \frac{16}{3a^2}$$

$$\Rightarrow d(H; (SAD)) = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$



Câu 86: [EMPIRE TEAM] Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
- B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$
- C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$
- D. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$

NOTE:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3.$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Góc giữa hai đường thẳng BS và CD xấp xỉ bằng:

- A. 60°
- B. 45°
- C. 90°
- D. 30°

NOTE:

Góc giữa hai đường thẳng BS và CD bằng góc giữa hai đường thẳng BS và BA .

$$\text{Ta có: } SA = \sqrt{SH^2 + HA^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a$$

$$SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{2}a.$$

$$\cos(\overrightarrow{BS}; \overrightarrow{BA}) = \frac{BS^2 + BA^2 - AS^2}{2 \cdot BS \cdot BA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra góc giữa hai đường thẳng BS và BA bằng 45° .

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và

$$d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}.$$

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Biết điểm A có tọa độ là $A(2; 3; 5)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng:

- A. $\sqrt{21}$
- B. $\frac{4\sqrt{21}}{3}$

- C. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$
D. $\frac{5\sqrt{21}}{6}$

NOTE:

Gọi $A_1(-1; 1; 0) \in d \Rightarrow AA_1(-3; -2; -5)$

$$\text{Ta có: } d(M, d) = \frac{\left| \overrightarrow{AA_1} \cdot \vec{u} \right|}{\left| \vec{u} \right|} = \frac{\sqrt{12^2 + (-8)^2 + (-4)^2}}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{4\sqrt{21}}{3}$$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Góc giữa hai đường thẳng d và d' là:

- A. $80,22^\circ$
B. $33,56^\circ$
C. $33,77^\circ$
D. $80,4^\circ$

NOTE:

$$\cos(d, d') = \frac{\left| \vec{u} \cdot \vec{u}' \right|}{\left| \vec{u} \right| \cdot \left| \vec{u}' \right|} = \frac{\sqrt{1 + 2 + (-2)}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{6}$$

Suy ra góc giữa hai đường thẳng d và d' là $80,4^\circ$.

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và song song với đường thẳng d' là:

- A. $5x - 3y - z + 8 = 0$
B. $5x + 3y - z - 8 = 0$
C. $5x + 3y + z - 8 = 0$
D. $-5x + 3y - z + 8 = 0$

NOTE:

Vecto pháp tuyến của phương trình mặt phẳng (P) là $\left[\vec{u}, \vec{u}' \right] = (5; -3; -1)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $5x - 3y - z + k = 0$

$$A_1(-1; 1; 0) \in d \Rightarrow A_1 \in (P) \Rightarrow 5 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 - 0 + k = 0 \Rightarrow k = 8$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $5x - 3y - z + 8 = 0$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 13

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Lớp Empire có 60 học sinh, trong đó có 29 học sinh biết chơi bóng đá, 25 học sinh biết chơi bóng bàn, và 11 học sinh không biết chơi cả hai môn. Hỏi trong lớp có bao nhiêu học sinh biết chơi cả hai môn bóng đá và bóng bàn?

- A. 3.
- B. 5.
- C. 4.
- D. 6.

NOTE:

Số học sinh chơi hoặc bóng bàn, hoặc bóng đá, hoặc cả 2 = $60 - 11 = 49$ (học sinh)

Số học sinh chỉ chơi bóng bàn = $49 - 29 = 20$ (học sinh)

Số học sinh vừa chơi bóng bàn vừa chơi bóng đá = $25 - 20 = 5$ (học sinh)

⇒ Chọn câu B

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho $a = \log_4 3, b = \log_{25} 2$. Giá trị của biểu thức: $\log_{60} \sqrt{150}$ theo a, b là:

- A. $\frac{1+b+2ab}{1+2a+4ab}$
- B. $\frac{1+3a+ab}{1+2b+ab}$
- C. $\frac{4a+2ab}{4b+4ab}$
- D. $\frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$

NOTE:

Ta có

$$b = \log_{25} 2 = \log_{5^2} 2 \Rightarrow 2b = \log_5 2$$

$$\Leftrightarrow 4b = \log_5 4 \Rightarrow \log_4 5 = \frac{1}{4b}$$

Khi đó

$$\begin{aligned}\log_{60} \sqrt{150} &= \frac{1}{2} \log_{60} 150 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_4 150}{\log_4 60} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_4 (2 \cdot 3 \cdot 5^2)}{\log_4 (4 \cdot 3 \cdot 5)} \\&= \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{2} + \log_4 3 + 2 \cdot \log_4 5}{1 + \log_4 3 + \log_4 5} = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{2} + a + \frac{1}{2b}}{1 + a + \frac{1}{4b}} \\&= \frac{1 + b + 2ab}{1 + 4b + 4ab}\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Chọn câu D.

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Giới hạn $K = \lim \left(\sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + 1} \right)$. Trong đó a là tham số

thực. Giá trị của a để $K = -1$ là

- A. 3.
- B. 2.
- C. -2.
- D. -3.

NOTE:

Ta có

$$\begin{aligned}K &= \lim \left(\sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + 1} \right) \\&= \lim \frac{n^2 + an + 5 - n^2 - 1}{\sqrt{n^2 + an + 5} + \sqrt{n^2 + 1}} \\&= \lim \frac{an + 4}{\sqrt{n^2 + an + 5} + \sqrt{n^2 + 1}} \\&= \lim \frac{\frac{an}{n} + \frac{4}{n}}{\sqrt{\frac{n^2}{n^2} + \frac{an}{n^2} + \frac{5}{n^2}} + \sqrt{\frac{n^2}{n^2} + \frac{1}{n^2}}} = \frac{a}{2} \\&\Rightarrow K = \frac{a}{2} = -1 \\&\Rightarrow a = -2 \\&\Rightarrow \text{Chọn câu C}\end{aligned}$$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ bằng:

- A. 4.
- B. $2\sqrt{2}$.
- C. $2\sqrt{5}$.
- D. 2.

NOTE:

Ta có:

$$\begin{aligned}y' &= 3x^2 - 6x \\y' &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}\end{aligned}$$



Bảng biến thiên

X	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$F'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$F(x)$	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

Tọa độ 2 điểm cực trị là

$A(0; 4)$ và $B(2; 0)$

Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị là: $AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$

$\Rightarrow$ Chọn câu C

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3 + 1$, $y = 2x^2 + 1$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là:

A. $-\frac{11}{12}$.

B. $\frac{125}{12}$.

C. $\frac{94}{12}$.

D. $\frac{11}{12}$.

NOTE:

Xét phương trình hoành độ giao điểm 2 đồ thị:

$$x^3 + 1 = 2x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases} \text{ (chỉ xét trên } (1, 2))$$

Diện tích cần tìm là

$$S = \int_1^2 |x^3 - 2x^2| dx = \frac{11}{12}$$

$\Rightarrow$ Chọn câu C

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

TXĐ $D = \mathbb{R}$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{1+|x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{1+x} = -1;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{1+|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{1-x} = 1$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ có 2 đường TCN $y = 1, y = -1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ Chọn câu B

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2x^2 - 1$, với m là tham số thực

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Với $m = -1$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

A. -1

B. 2

C. 0

D. 1

NOTE:

Thay $m = -1$ vào $f(x) = mx^4 + 2x^2 - 1$:

Ta có: $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

$$\Leftrightarrow y' = -4x^3 + 2x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

X	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$F'(x)$	+	0	-	0	-
$F(x)$	$-\infty$	0	-1	0	$-\infty$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = \pm 1 \Rightarrow y = 0$

$\Rightarrow$ Chọn câu C

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Số giá trị nguyên của $m \in [-20; 20]$ để hàm số đã cho đồng biến trên

$(0; +\infty)$ là:

A. 20



- B. 39.
C. 21.
D. 17

NOTE:

Ta có:

$$y' = 4mx^3 + 4x = 4x(mx^2 + 1) \geq 0$$

Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 4x(mx^2 + 1) \geq 0 \Leftrightarrow mx^2 + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ -20 \leq m \leq 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m \leq 20$$

$\Rightarrow$ có 21 giá trị

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Số giá trị nguyên của $m \in (-2024; 2024)$ để hàm số đã cho đồng biến

trên khoảng $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ là:

A. 2024.

B. 2016.

C. 2017.

D. 4036.

NOTE:

$$y' = 4mx^3 + 4x = 4x(mx^2 + 1) \geq 0 \Rightarrow \text{Hàm số đồng biến trên } (0; +\infty) \Rightarrow m \geq 0 \text{ thỏa mãn.}$$

$$m < 0: y' = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-1}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{-1}{m}} \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{-1}{m}}$	0	$\sqrt{\frac{-1}{m}}$	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y					

Dựa vào BBT, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{-1}{m}} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{-1}{m} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow m \leq -4$$

So với điều kiện $\Rightarrow m \leq -4$.

Mặt khác, theo giả thiết $\begin{cases} m \in (-2020; 2020) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$ suy ra có 4036 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

⇒ Chọn câu D

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 70 đến 71

Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ biết $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Công sai d là

- A. $d = -2$.
- B. $d = 2$.
- C. $d = -4$.
- D. $d = 4$.

NOTE:

$$\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 26 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 13 - 3d \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (13 - 2d)^2 + (13 + 2d)^2 = 466 \Leftrightarrow 8d^2 + 338 \Rightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases}$$

Vì $d < 0$

⇒ Chọn câu C

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Số hạng u_{2024} có giá trị là

- A. -8067 .
- B. 1533 .
- C. -5023 .
- D. 765 .

NOTE:

Ta có

$$u_n = u_1 + (n - 1).d = 25 + 2023.(-4)$$

⇒ Chọn câu A

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản phẩm được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được 1 sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc 220 giờ.

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Số tiền lãi một tháng của xưởng có dạng (đơn vị triệu đồng):

- A. $0,5x + 0,4y$
- B. $5x + 4y$.
- C. $0,4x + 0,5y$.
- D. $4x + 5y$

NOTE:

Đối



500 nghìn đồng = 0,5 (triệu đồng)

400 nghìn đồng = 0,4 (triệu đồng)

Vậy số tiền lãi một tháng của xưởng có dạng:

$$0,5x + 0,4y$$

⇒ Chọn câu A

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là (đơn vị triệu đồng):

A. 29.

B. 30

C. 32.

D. 34.

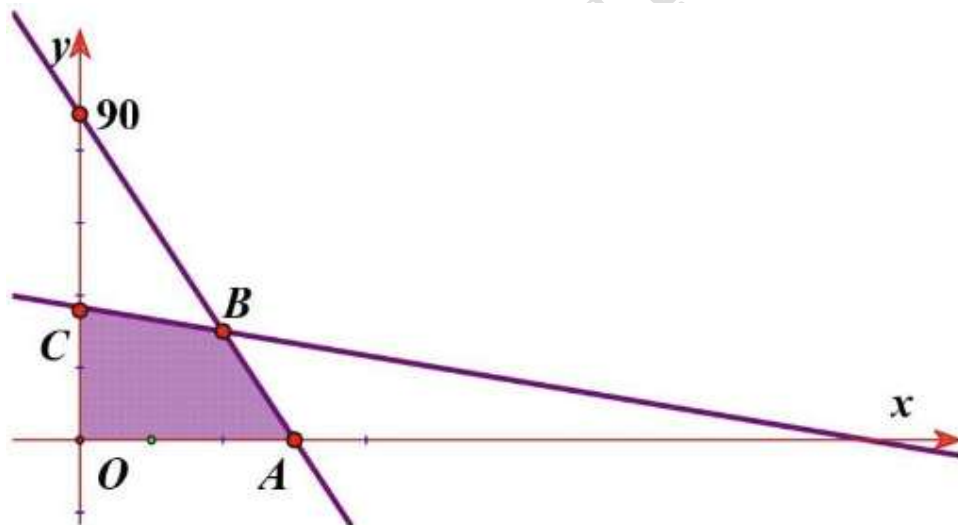
NOTE:

Có x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và II được sản xuất ra $ĐK; x, y \in \mathbb{N}^*$

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Ta có: $A(60;0), B(40,30), C(0; \frac{110}{3})$

Ta thấy $T = 0,5x + 0,4y$ đạt GTLN tại các điểm A, B (do C có tọa độ không nguyên).

Ta có: $T(A) = 30, T(B) = 32$

Vậy tiền lãi lớn nhất trong 1 tháng là 32 triệu đồng

⇒ Chọn câu C

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Khi $m = 1$, tổng tất cả các nghiệm của phương trình là:

A. 5.

B. -1.

C. 1

D. 0.

NOTE:

$$m = 1$$

$$\Leftrightarrow 25^x - 5^{x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^{x+1}$$

$$\Rightarrow 2x = x + 1$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$\Rightarrow$ Chọn câu C

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của tập hợp S là:

A. 2.

B. 3.

C. 7.

D. 1

NOTE:

Đặt $5^x = t; (t \geq 0)$

$$25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} - 5m \cdot 5^x + 7m^2 - 7 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 5mt + 7m^2 - 7 = 0$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-5m)^2 - 4 \cdot (7m^2 - 7) > 0 \\ 5m > 0 \\ 7m^2 - 7 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2\sqrt{21}}{3} < m < \frac{2\sqrt{21}}{3} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases} \Rightarrow S = \{2; 3\}$$

Vậy tập hợp S có 2 phần tử.

$\Rightarrow$ Chọn câu A

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77:

Cho bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Khi $a = -2$, tập nghiệm của bất phương trình là:

A. $(1; +\infty]$.

B. $(-\infty; -1]$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

NOTE:

Khi $a = -2$, bất phương trình tương đương: $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 - 2x + 1)$



$$\text{ĐK: } x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 1.$$

Đặt $g(t) = \ln t$ ($t > 0$). Thấy hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$:

$$\Rightarrow 2x^2 + 3 > x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 2 > 0 \quad (\text{thoa } \forall x \in \mathbb{R})$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Số giá trị nguyên của a để bất phương trình có nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

NOTE:

Yêu cầu bài toán:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + ax + 1 > 0 \\ 2x^2 + 3 > x^2 + ax + 1 \end{cases}; \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 + ax + 1 > 0 \\ g(x) = x^2 - ax + 2 > 0 \end{cases}; \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{f(x)} < 0 \\ \Delta_{g(x)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 4 < 0 \\ a^2 - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < a < 2.$$

Với điều kiện $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = \{-1; 0; 1\}$ là các giá trị cần tìm.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Bình Dương nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Bình Dương thì khả năng mà người đó bị bệnh phổi là:

A. 31%.

B. 28%.

C. 15%.

D. 26%.

NOTE:

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người bị bệnh phổi”.

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá, ta cần tính $P(B)$.

$$\text{Với: } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

Ta có:

$$P(A) = 0,2$$

$$P(B | A) = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B | \bar{A}) = 0,15$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%.

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Xác suất mà một người vừa nghiện thuốc lá vừa không bị bệnh phổi là:

A. 6%.

B. 31%.

C. 12%.

D. 15%.

NOTE:

Ta có:

$$P(A) = 0,2$$

$$P(B | A) = 0,7$$

$$P(\bar{B} | A) = 1 - 0,7 = 0,3$$

Xác suất mà một người vừa nghiện thuốc lá vừa không bị bệnh phổi là:

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B} | A) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06.$$

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi:

A. $\frac{9}{13}$.

B. $\frac{7}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{6}{13}$.

NOTE:

Xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A | B)$

Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,26} = \frac{7}{13}$$

Như vậy trong số những người bị bệnh phổi của tỉnh Bình Dương có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 120^\circ$, $\hat{B} = 45^\circ$ và $CA = 20$.



Câu 81: [EMPIRE TEAM] Cạnh BC có độ dài là:

- A. $10\sqrt{6}$
- B. 10
- C. $10\sqrt{3}$
- D. $10\sqrt{2}$

NOTE:

Theo định lí sin, ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{CA}{\sin B} \Rightarrow BC = \frac{CA}{\sin B} \cdot \sin A = \frac{20}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 120^\circ = 10\sqrt{6}$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác là:

- A. $R = 10\sqrt{2}$
- B. $R = 5\sqrt{2}$
- C. $R = 2\sqrt{5}$
- D. $R = 4\sqrt{5}$

NOTE:

Theo định lí sin, ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = 10\sqrt{2}.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Biết $\int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x + 2} dx = \frac{1}{a} + b \ln \frac{3}{2} \quad (a, b > 0).$

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Giá trị biểu thức $P = ab$ là:

- A. 9
- B. 10
- C. 16
- D. 12

NOTE:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x + 2} dx &= \int_0^1 \frac{x^2 \cdot (x + 2) + 3}{x + 2} dx = \int_0^1 x^2 + \frac{3}{x + 2} dx = \frac{x^3}{3} + 3 \ln |x + 2| \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{3} + 3 \ln \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị của biểu thức $P = ab = 3 \cdot 3 = 9.$

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Điều kiện của k để $\int_8^{ab} dx < \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(k^2 + 1)x + 2017}{x - 18}$ là:

- A. $k \in \mathbb{R}$
- B. $k < 0$
- C. $k \neq 0$
- D. $k > 0$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(k^2 + 1)x + 2017}{x - 18} = k^2 + 1$

$\int_8^{ab} dx < \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(k^2 + 1)x + 2017}{x - 18} \Leftrightarrow \int_8^9 dx < k^2 + 1 \Leftrightarrow 1 < k^2 + 1 \Rightarrow k^2 > 0 \Rightarrow k \neq 0.$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = \sqrt{3}a, BC = a, \widehat{ACB} = 150^\circ$, đường thẳng $B'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$.

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ là:

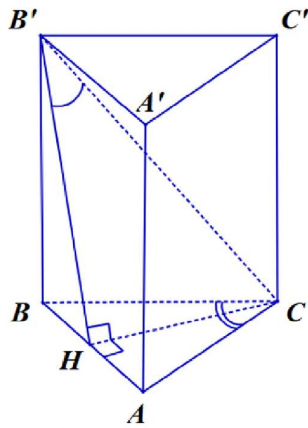
A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{a2\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{a3\sqrt{21}}{14}$

D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$

NOTE:



Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin \widehat{ACB} = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a \cdot \sin 150^\circ = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

Kẻ $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (ABB'A')$ nên $B'H$ là hình chiếu vuông góc của $B'C$ lên $(ABB'A')$

$\Rightarrow (B'C, (ABB'A')) = (B'C, B'H) = \angle CB'H = \alpha$

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos 150^\circ = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7}$

Ta thấy khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ là CH .

$\Rightarrow CH = \frac{2 \cdot S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{14}$



Câu 86: [EMPIRE TEAM] Góc tạo bởi hai đường thẳng AA' và $B'C$:

- A. $37,42^\circ$
- B. $49,8^\circ$
- C. $25,3^\circ$
- D. $40,2^\circ$

NOTE:

Góc tạo bởi hai đường thẳng AA' và $B'C$ là $\widehat{CB'B}$. ($AA' // BB'$)

$$\text{Ta có: } B'C = \frac{CH}{\sin \alpha} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\sin \widehat{BB'C} = \frac{BC}{B'C} = \frac{a}{\frac{2a\sqrt{21}}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{6} \Rightarrow \widehat{BB'C} \approx 49,8^\circ.$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{339}}{14}$
- B. $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$
- C. $\frac{a^3\sqrt{339}}{28}$
- D. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$

NOTE:

$$\text{Ta có: } BB' = \sqrt{B'C^2 - BC^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}.$$

$$\text{Do đó } V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{35}}{7} = \frac{a^3\sqrt{105}}{28}.$$

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ đường thẳng (d) đến mặt phẳng (P) là lớn nhất.

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Biết $K(a, b, c)$ là tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên (d) . Giá trị của biểu thức $P = a + b + c$ bằng:

- A. 5
- B. 3
- C. 2

D. -1

NOTE:

Vì $K \in d$ nên K có tọa độ là $K(m+1; -m+1; m+1)$.

$$\Rightarrow AK(m-1; -m+2; m+3)$$

$$\text{Có: } AK \perp d \Rightarrow 1.(m-1) - 1(-m+2) + 1.(m+3) = 0$$

$$\Rightarrow m = 0$$

$$\Rightarrow K(1; 1; 1)$$

$$\Rightarrow P = a + b + c = 3.$$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $3x + z + 2 = 0$

B. $2x + 3y - z + 2 = 0$

C. $x - 2y - 3z - 1 = 0$

D. $x - 2y - 3z - 10 = 0$

NOTE:

Ta có: $d((d), (P)) = d(K, (P)) = KH \leq KA = \sqrt{14}$. Nên khoảng cách từ D đến (P) đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{14}$ khi mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với $\overrightarrow{KA}$. Khi đó có thể chọn VTPT của (P) là $\overrightarrow{KA} = (1; -2; -3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x - 2y - 3z + k = 0$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A \Rightarrow 2 - 2.(-1) - 3.(-2) + k = 0 \Rightarrow k = -10$

Vậy mặt phẳng (P) có phương trình là $x - 2y - 3z - 10 = 0$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây:

A. $3x + z + 2 = 0$

B. $x - y - 6 = 0$

C. $x - 2y - 3z - 1 = 0$

D. $x + 3y + 2z + 10 = 0$

NOTE:

Nhận thấy $\vec{u} = (3; 0; 1)$ vuông góc với VTPT mặt phẳng (P) .

Nên phương trình mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (P) là: $3x + z + 2 = 0$



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 14

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R với

$f'(x) = x(x+1)^2(1-x)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(-1; 0)$
- B. $(0; 1)$
- C. $(-\infty; -1)$
- D. $(1; +\infty)$

NOTE:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
f'		-	0	+	0	-	
f							

Diagram showing arrows indicating the behavior of the function f based on the sign of f' :

- From $-\infty$ to 0, f' is negative, so f is decreasing.
- From 0 to 1, f' is positive, so f is increasing.
- From 1 to $+\infty$, f' is negative, so f is decreasing.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 2x$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. $\int f(x) dx = x^4 - x^2 + C$
- B. $\int f(x) dx = 12x^2 - 2 + C$
- C. $\int f(x) dx = x^4 - 2x^2 + C$
- D. $\int f(x) dx = 3x^2 - 2x + C$

NOTE:

$$\int f(x) dx = \int (4x^3 - 2x) dx = x^4 - x^2 + C$$

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là

- A. $y = x + 1$

B. $y = x - 1$

C. $y = x - 3$

D. $y = x + 3$

NOTE:

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}} \Rightarrow a = \frac{1 - 0 + 0}{1 + 0} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} [y - ax] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x+1} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x + 3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3 + \frac{3}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$\Rightarrow b = \frac{-3 + 0}{1 + 0} = -3 \Rightarrow TCX \ y = ax + b \Leftrightarrow y = x - 3$$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25. \text{ Điểm nào sau đây nằm trong mặt cầu (S)}$$

A. $(-2; 1; 3)$

B. $(1; -2; 2)$

C. $(2; 1; -2)$

D. $(1; 2; 4)$

NOTE:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 5$

Để 1 điểm nằm trong mặt cầu thì khoảng cách từ tâm tới điểm đó phải nhỏ hơn bán kính $R = 5$.

Với điểm $M(2; 1; -2)$ thì khoảng cách từ tâm đến điểm M là

$$IM = \sqrt{(1-2)^2 + (2-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{3} < R$$

Vậy $M(2; 1; -2)$ nằm trong mặt cầu.

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Cô giáo có 12 phần quà gồm 4 phần loại I và 8 phần loại II được đựng trong 12 hộp kín giống nhau. Cô chia đều cho 3 bạn, mỗi bạn 4 phần quà. Xác suất để mỗi bạn đều nhận được cả hai loại quà là:

A. $\frac{19}{3150}$.

B. $\frac{19}{1050}$.

C. $\frac{32}{165}$.



D. $\frac{32}{55}$

NOTE:

Không gian mẫu $\Omega = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4$.

Vì mỗi bạn được 4 phần quà và đều có cả 2 loại quà nên có 1 bạn có 2 phần quà loại I.

Giả sử

Bạn thứ nhất có 1 phần quà loại I và 3 phần quà loại II: $C_4^1 \cdot C_8^3$.

Bạn thứ hai có 1 phần quà loại I và 3 phần quà loại II: $C_3^1 \cdot C_5^3$.

Bạn thứ ba có 2 phần quà loại I và 2 phần quà loại II: $C_2^2 \cdot C_2^2$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3C_4^1 C_8^3 C_3^1 C_5^3 C_2^2 C_2^2}{C_{12}^4 C_8^4 C_4^4} = \frac{32}{55}.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 66-67

Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau.

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Ngày thứ 4 Aladin đã ước bao nhiêu điều?

A. 6.

B. 12.

C. 18.

D. 24

NOTE:

Ngày thứ nhất Aladin ước 3 điều.

Ngày thứ hai Aladin ước 2.3 điều.

Ngày thứ ba Aladin ước $2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ điều.

Ngày thứ tư Aladin ước $2 \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$ điều = 24 điều

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả bao nhiêu điều ước?

A. 3069.

B. 2851.

C. 3269.

D. 3102

NOTE:

$$\text{sau 10 ngày Aladin đã ước: } 3(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9) = 3\left(\frac{1 - 2^{10}}{1 - 2}\right) = 3069 \text{ điều}$$

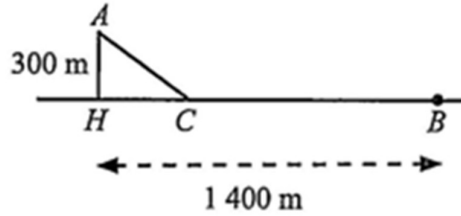
READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 68-69

Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc

6 km/h để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc

3 km/h . Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một

khoảng cách $AH = 300m$ và gặp người đi bộ tại địa điểm cách B một khoảng $BH = 1400m$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không tới cùng lúc. Để hai người đến cùng lúc thì mỗi người cùng di chuyển về vị trí C



Câu 68: [EMPIRE TEAM] Tính khoảng cách CB .

- A. 300 m.
- B. 1000 m.
- C. 1400 m.
- D. 500 m.

NOTE:

Đặt $CH = x(m) (x > 0)$. Ta có: $AC = \sqrt{300^2 + x^2}$, $CB = 1400 - x$.

Vì hai người gặp nhau cùng lúc tại C nên

$$\frac{\sqrt{300^2 + x^2}}{3000} = \frac{1400 - x}{6000} \Leftrightarrow 2\sqrt{300^2 + x^2} = 1400 - x.$$

Giải phương trình trên ta có: $x = 400(m)$ với $x > 0$.

Vậy khoảng cách $CB = 1400 - 400 = 1000(m)$.

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Tính thời gian từ khi hai người xuất phát cho đến khi gặp nhau cùng lúc.

- A. 0,5 giờ.
- B. 1 giờ.
- C. 15 phút.
- D. 10 phút.

NOTE:

Thời gian hai người bắt đầu di chuyển cho đến khi tới C là $t = \frac{s}{v} = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6} (gio) = 10$ phút.

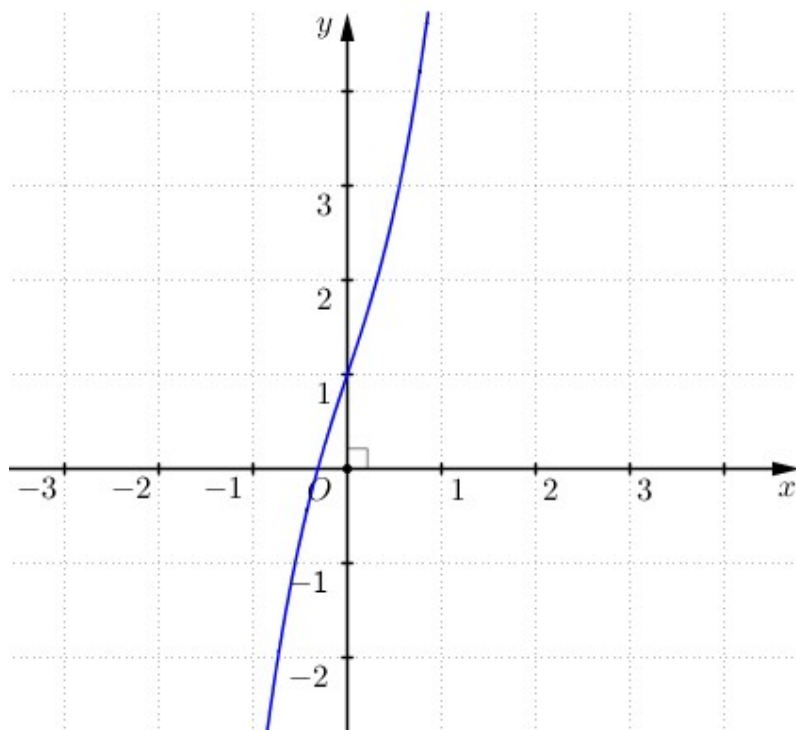
READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 70-72

Cho hàm số $y = 2x^3 + (m-1)x^2 + (m+2)x + 1$ (1).

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Khi $m = 1$ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

NOTE: Đồ thị hàm số khi $m = 1$



Câu 71: [EMPIRE TEAM] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 9x - 3$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1; 5)$.

B. $(0; 5)$.

C. $(5; 1)$.

D. $(5; 0)$.

NOTE:

Gọi d là tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng (D): $y = 9x - 3$ thì hệ số góc của d : $k = 9 \Leftrightarrow y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 6x_0^2 + 3 = 9 \Leftrightarrow x_0^2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1$. (x_0 là hoành độ tiếp điểm của d với (C))

Phương trình tiếp tuyến d có dạng $y = k(x - x_0) + y(x_0)$.

Khi $x_0 = 1$ thì phương trình của d là $y = 9(x - 1) + 6 = 9x - 3$, phương trình này bị loại

Khi $x_0 = -1$ thì phương trình d là $y = 9(x + 1) - 4 = 9x + 5$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 9x + 5$

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và điểm cực tiểu đều có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{6}$?

A. 0

B. 1.

C. 2.

D. 3

NOTE:

$$y' = 6x^2 + 2(m-1)x + m + 2$$

Đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và điểm cực tiểu có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{6}$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn $\frac{1}{6}$.

* Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4 - 3\sqrt{3} < m < 4 + 3\sqrt{3}$ (a).

Khi đó hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

$$x_1 = \frac{1-m-\sqrt{m^2-8m-11}}{6}, \quad x_2 = \frac{1-m+\sqrt{m^2-8m-11}}{6}.$$

Vì $x_1 < x_2$ do đó x_1, x_2 đều lớn hơn $\frac{1}{6}$ khi và chỉ khi $\frac{1-m-\sqrt{m^2-8m-11}}{6} > \frac{1}{6}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2-8m-11} < -m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 3\sqrt{3} \vee m > 4 + 3\sqrt{3} \text{ (do (a))} \\ -m > 0 \\ m^2 - 8m - 11 < m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 3\sqrt{3} \\ m > -\frac{11}{8} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{11}{8} < m < 4 - 3\sqrt{3}.$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 73-74

Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (4a - 5b) - 1$.

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Với $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (4a - 5b) - 1 = t$. Giá trị của t thuộc trong khoảng:

A. $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

NOTE:

$$\text{Với } \log_4 a = \log_6 b = \log_9 (4a - 5b) - 1 = t \Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ 4a - 5b = 9^{t+1} \end{cases}$$

$$\text{Ta được: } 4 \cdot 4^t - 5 \cdot 6^t = 9 \cdot 9^t \Rightarrow 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} - 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t - 9 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{9}{4} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = -1 \end{cases} \Rightarrow t = \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{4} \Rightarrow t = -2.$$



Câu 74: [EMPIRE TEAM] Đặt $T = \frac{4a - 5b}{b}$. Giá trị của T bằng:

- A. $\frac{3}{2}$
- B. 4.
- C. $\frac{9}{4}$
- D. $\frac{16}{9}$

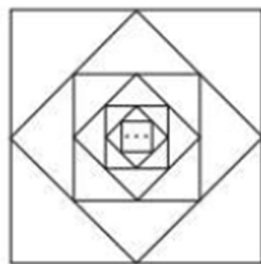
NOTE:

$$\text{Ta có: } 4a - 5b = 4.4^{-2} - 5.6^{-2} = \frac{1}{9}.$$

$$\Rightarrow T = \frac{4a - 5b}{b} = \frac{\frac{1}{9}}{6^{-2}} = 4$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 75-76

Từ hình vuông đầu tiên có cạnh bằng 1 (đơn vị độ dài), nối các trung điểm của bốn cạnh để có hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh của hình vuông thứ hai để được hình vuông thứ ba. Cứ tiếp tục làm như thế, nhận được một dãy hình vuông (xem Hình 5).



Hình 5

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Kí hiệu a_n là diện tích của hình vuông thứ n và S_n là tổng diện tích của n hình vuông đầu tiên. Tính $\lim S_n$

- A. 0,25
- B. 1
- C. 2
- D. 2,5

NOTE:

$$a_n = \frac{1}{2^{n-1}}; S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

Câu 76: [EMPIRE TEAM] Kí hiệu p_n là chu vi của hình vuông thứ n và Q_n là tổng chu vi của n hình vuông đầu tiên. Giá trị của $\lim Q_n$ gần với giá trị nào nhất dưới đây?

- A. 14
- B. 20.

C. 24.

D. 27

NOTE:

$$p_n = 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}}; Q_n = 4 + 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^2} + \dots + 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}} = 4 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \approx 13,66$$

READING2:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 77-78

Tốc độ tăng dân số của một thành phố trong một số năm được ước lượng bởi công thức $P'(t) = 20 \cdot (1,106)^t$ với $0 \leq t \leq 7$, trong đó t là thời gian tính theo năm và $t=0$ ứng với đầu năm 2015, $P(t)$ là dân số của thành phố tính theo nghìn người. Cho biết dân số của thành phố đầu năm 2015 là 1008 nghìn người

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Dân số của thành phố ở thời điểm đầu năm 2020 (làm tròn đến nghìn người)

A. 1093.

B. 1152

C. 1137.

D. 1125.

Lời giải

Dân số của thành phố vào năm thứ t là $P(t) = \int P'(t)dt = \int 20 \cdot (1,106)^t dt = 20 \cdot \frac{(1,106)^t}{\ln 1,106} + C$

. Vì $P(0) = 1008$ nên $20 \cdot \frac{1}{\ln 1,106} + C = 1008 \Rightarrow C \approx 809$. Do đó $P(t) = 20 \cdot \frac{(1,106)^t}{\ln 1,106} + 809$

Dân số của thành phố ở thời điểm đầu năm 2020 là $P(5) = 20 \cdot \frac{(1,106)^5}{\ln 1,106} + 809 \approx 1137$ nghìn người.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Tốc độ tăng dân số trung bình hằng năm của thành phố trong giai đoạn từ đầu năm 2015 đến đầu năm 2020 (đơn vị nghìn người/ năm)

A. 15.

B. 32.

C. 21.

D. 26.

Lời giải

Tốc độ tăng dân số trung bình hằng năm là

$$\frac{1}{5} \int_0^5 P'(t)dt = \frac{1}{5} \int_0^5 20 \cdot (1,106)^t dt = 4 \cdot \left. \frac{(1,106)^t}{\ln 1,106} \right|_0^5 = 4 \cdot \left(\frac{(1,106)^5}{\ln 1,106} - \frac{1}{\ln 1,106} \right) \approx 26 \text{ nghìn người/}$$

năm.

READING3:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 79-81

Cho tập $X = \{0;1;2;3;5;7;8\}$

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Từ X lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?



A. 720.

B. 360.

C. 180.

D. 90

NOTE:

$$6.6.5.4 = 720 \text{ số}$$

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Từ X lập được bao nhiêu số tự nhiên là số chẵn có 4 chữ số?

A. 882.

B. 145.

C. 1020.

D. 930

NOTE:

$$6.7.7.3 = 882 \text{ cách}$$

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Từ X lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 25?

A. 60

B. 96.

C. 156

D. 36

NOTE:

$$\overline{abcde}:25 \Rightarrow 10d + e:25 \Rightarrow de = \{25; 50; 75\}$$

TH1: $de = 50$, khi đó a, b, c lần lượt có 5, 4, 3 cách chọn $\Rightarrow$ có 60 số tự nhiên

TH2: $de = \{25; 75\} \Rightarrow de$ có 2 cách $\Rightarrow a, b, c$ lần lượt có 4, 4, 3 cách chọn $\Rightarrow$ có 96 số tự nhiên

Vậy tổng ở ý (D) có $60 + 96 = 156$ số tự nhiên

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 82-83

Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$.

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

NOTE:

Ta có: $f'(x) = 2 \cos x - 1$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 83: [EMPIRE TEAM] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$ trên đoạn $[0; \pi]$ là

A. 0.

B. π .

C. $-\pi$.

D. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

NOTE:

Khi đó, $f'(x) = 0$ với $x \in [0; \pi]$ thì $x = \frac{\pi}{3}$.

Ta có: $f(0) = 0, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}, f(\pi) = -\pi$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số

$f(x) = 2\sin x - x$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $-\pi$.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 84-85

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$

A. a .

B. $a\sqrt{2}$.

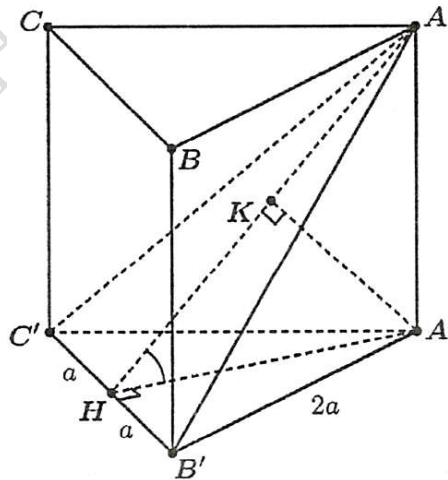
C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

NOTE:

Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, kẻ $A'H \perp B'C'$ tại H .

Trong mặt phẳng $(AA'H)$, kẻ $A'K \perp AH$ tại K . (1)



Ta có: $\begin{cases} B'C' \perp A'H \\ B'C' \perp AA' \text{ (do } AA' \perp (A'B'C')) \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow A'K \perp B'C' \text{ (2)}$

Từ (1) và (2) suy ra $A'K \perp (A'B'C')$ hay $d(A', (A'B'C')) = A'K = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $A'B'C'$ đều có đường cao $A'H = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác $AA'H$ vuông tại A' có đường cao $A'K$ nên



$$\frac{1}{A'K^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'A^2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{A'A^2} \Rightarrow A'A = a.$$

Hai mặt đáy lăng trụ song song với nhau và có khoảng cách là:

$$d((ABC), (A'B'C')) = AA' = a.$$

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Thể tích khối lăng trụ trên là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

NOTE:

Diện tích đáy của lăng trụ (đáy là tam giác đều) là: $S_{\Delta A'B'C'} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$

Thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = a \cdot a^2\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$ (đơn vị thể tích).

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 86-88

Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $BC = 15$ cm, $AC = 12$ cm.

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là

A. 10 cm.

B. 9 cm.

C. 7,5 cm.

D. 8 cm.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{9^2 + 12^2}{2} - \frac{15^2}{4} = \frac{225}{4} \Rightarrow AM = \frac{15}{2}.$$

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4

NOTE:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } A$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54 (cm^2) = pr \Rightarrow r = \frac{54}{9+15+12} = 3$$

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC:

A. 10 cm.

B. 9 cm .

C. 7,5 cm .

D. 8 cm .

NOTE:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow R = \frac{1}{2}BC = 7,5(cm)$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi 89-90

Một nhà máy thực hiện khảo sát toàn bộ công nhân về sự hài lòng của họ về điều kiện làm việc tại phân xưởng. Kết quả khảo sát như sau:

	Hài lòng	Không hài lòng
Phân xưởng I	37	13
Phân xưởng II	63	27

Gặp ngẫu nhiên một công nhân của nhà máy.

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Xác suất để chọn ra công nhân đó làm việc tại phân xưởng I, biết rằng công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng là?

A. 0,37

C. 0,5.

C. 37/50.

D. 5/14

NOTE:

Để giải quyết bài toán này, ta sẽ tiến hành phân tích và tính toán xác suất dựa trên dữ liệu đã cho.

Dữ liệu:

+ Phân xưởng I: Hài lòng: 37; Không hài lòng: 13. Tổng: 50

+ Phân xưởng II: Hài lòng: 63; Không hài lòng: 27. Tổng: 90

+ Tổng số công nhân: 50 (I) + 90 (II) = 140 công nhân

Đặt các biến cố:

- A: “Công nhân đó làm việc tại phân xưởng I”.
- B: “Công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng”.

Để tính xác suất này, ta sử dụng công thức xác suất có điều kiện

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Trong đó:

- $P(A \cap B)$ là xác suất công nhân làm việc tại phân xưởng I và hài lòng.
- $P(B)$ là xác suất công nhân hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng.

$$\text{Cách 1: } P(A|B) = \frac{37}{37+63} = 0,37$$

$$\text{Cách 2: Ta tính được: } P(A \cap B) = \frac{37}{140} \approx 0,2643; P(B) = \frac{37+63}{140} \approx 0,7143$$

$$\text{Áp dụng công thức } P(A|B) = \frac{0,2643}{0,7143} \approx 0,37$$



Câu 90: [EMPIRE TEAM] Xác suất để chọn ra công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng là bao nhiêu biết công nhân đó làm việc tại phân xưởng I?

A. $2/7$

B. $0,9$.

C. $0,74$.

D. $9/20$

NOTE:

Xác suất = $37/50 = 0,74$

LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TEAM EMPIRE



BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN ĐGNL HCM

ĐỀ SỐ 15

Câu 61: [EMPIRE TEAM] Hôm nay, một hội thảo công nghệ tại thành phố của bạn tổ chức 3 phiên: Lập trình, Khoa học dữ liệu, và An ninh mạng.

Tổng cộng có 100 người tham gia.

Trong đó, có 55 người tham gia phiên Lập trình, 50 người tham gia phiên Khoa học dữ liệu, và 45 người tham gia phiên An ninh mạng.

Có 30 người tham gia cả Lập trình và Khoa học dữ liệu.

Có 25 người tham gia cả Khoa học dữ liệu và An ninh mạng.

Có 20 người tham gia cả Lập trình và An ninh mạng.

Hỏi có bao nhiêu người tham gia cả 3 phiên?

A. 22.

B. 25.

C. 27.

D. 24.

NOTE:

Tổng số người tham gia hội thảo là 100. Số người tham gia từng phiên được tính như sau:

- Có 55 người tham gia Lập trình, 50 người tham gia Khoa học dữ liệu, và 45 người tham gia An ninh mạng.

- Có 30 người tham gia cả Lập trình và Khoa học dữ liệu.

- Có 25 người tham gia cả Khoa học dữ liệu và An ninh mạng.

- Có 20 người tham gia cả Lập trình và An ninh mạng.

- Số người tham gia cả 3 phiên là phần cần tìm.

Công thức tính:

Tổng số người:

$$100 = 55 + 50 + 45 - 30 - 25 - 20 + (\text{số người tham gia cả 3 phiên}).$$

Suy ra: số người tham gia cả 3 phiên là 25.

Câu 62: [EMPIRE TEAM] Cho p, q là các số thực dương thỏa mãn

$$\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p + q). \text{ Tính giá trị của biểu thức } A = \frac{p}{q}.$$

A. $A = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}.$

B. $A = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}.$

C. $A = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$



D. $A = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

NOTE:

$$\text{Đặt } t = \log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p+q) \Rightarrow \begin{cases} p = 9^t \\ q = 12^t \\ p+q = 16^t \end{cases} \Rightarrow 9^t + 12^t = p+q = 16^t. (*)$$

Chia hai vế của (*) cho 16^t , ta được $\left(\frac{9}{16}\right)^t + \left(\frac{12}{16}\right)^t = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t = 1$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} (l) \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} (n) \end{cases}$$

Vậy $A = \frac{p}{q} = \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 63: [EMPIRE TEAM] Cho $A = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-3|}{2024x-6072}$. Biết $A = -\frac{a}{b}$ với a, b là số dương. Tính

$a+b$

A. 2024.

B. 2025.

C. 0.

D. ∞ .

NOTE:

$$\text{Ta có: } A = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-3|}{2024x-6072} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-(x-3)}{2024(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(-\frac{1}{2024} \right) = -\frac{1}{2024}.$$

Do đó $a+b = 1+2024 = 2025$

Câu 64: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $y = \cot^2 \frac{x}{4}$. Khi đó nghiệm của phương trình $y' = 0$ là:

A. $\pi + k2\pi$.

B. $2\pi + k4\pi$.

C. $2\pi + k\pi$.

D. $\pi + k\pi$.

NOTE:

$$\text{Ta có: } y' = \left(\cot^2 \frac{x}{4} \right)' = 2 \cot \frac{x}{4} \left(\cot \frac{x}{4} \right)' = -\frac{1}{2} \cot \frac{x}{4} \left(1 + \cot^2 \frac{x}{4} \right)$$

$$\text{Mà: } y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cot \frac{x}{4} \left(1 + \cot^2 \frac{x}{4} \right) \Leftrightarrow \cot \frac{x}{4} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = 2\pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 65: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$					$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có ba giá trị cực trị.
- B. Hàm số có ba điểm cực trị.
- C. Hàm số có hai điểm cực trị.
- D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

NOTE:

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có các nhận xét sau:

Hàm số có ba điểm cực trị, gồm các điểm $x = -1$, $x = 1$, $x = 0$ vì đạo hàm y' đổi dấu đi qua các điểm đó.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$.

Vậy chọn đáp án A sai vì hàm số chỉ có hai giá trị cực trị là $y_{\text{CD}} = -3$ và $y_{\text{CT}} = -4$. Nói đến đồ thị hàm số thì khi đó mới có ba điểm cực trị là $A(0; -3)$, $B(-1; -4)$, $C(1; -4)$.

Câu 66: [EMPIRE TEAM] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	
y	$+\infty$	1	$+\infty$	0
		$-\infty$	1	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

NOTE:

Ta có

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 67 đến 69

Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{-x - 1}$.

Câu 67: [EMPIRE TEAM] Hàm số $f(x)$ có tập xác định là



A. $\mathbb{R}$

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

C. $(0, +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

NOTE:

Hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{-x - 1}$ xác định khi $-x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

Do đó hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 68: [EMPIRE TEAM] Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là:

A. 2

B. 3.

C. 14.

D. 4

NOTE:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 - 2x + 8}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Câu 69: [EMPIRE TEAM] Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 9.

D. 14.

NOTE:

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ xác định khi $x^2 - 2 \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pm 1 \Rightarrow$ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Có $y' = 2xf'(x^2 - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \\ x^2 = -2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2; x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
y'		+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có 3 điểm cực trị.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời câu hỏi từ 70 đến 71

Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 40 cm và chiều dài của nó theo thứ

tự mỗi bậc đều giảm dần đi 8 cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 300 cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 68 cm. Phần bề mặt bậc cầu thang sử dụng vật liệu gỗ có giá thành 2000000 đồng trên một mét vuông.

Câu 70: [EMPIRE TEAM] Chiều dài các bậc cầu thang từ dưới lên trên theo thứ tự là một cấp số cộng với công sai d .

- A. $d = 8$.
- B. $d = -8$.
- C. $d = 1$.
- D. $d = -10$.

NOTE:

Do chiều dài bậc cầu thang theo thứ tự mỗi bậc giảm dần 8 cm nên chúng lập thành cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 300$ cm, công sai $d = -8$ cm.

Câu 71: [EMPIRE TEAM] Số tiền phần vật liệu gỗ dùng để làm bề mặt bậc cầu thang

- A. 40 triệu đồng.
- B. Hơn 40 triệu đồng.
- C. 30 triệu đồng.
- D. Dưới 40 triệu đồng

NOTE:

Chiều dài bậc thang cuối cùng $u_n = 68$ nên ta có: $308 - 8n = 68 \Leftrightarrow n = 30$.

Tổng chiều dài của 30 hình chữ nhật đó là: $S_{20} = 30 \cdot \frac{u_1 + u_{30}}{2} = 30 \cdot \frac{300 + 68}{2} = 5520$ cm.

Diện tích bề mặt của 30 bậc thang là: $S = 40 \cdot 5520 = 220800 (cm^2) = 22,08 (m^2)$

Tổng số tiền phần vật liệu gỗ để làm bề mặt bậc cầu thang đó là:

$T = 22,08 \cdot 2000000 = 44160000$ đồng. Vậy số tiền phần vật liệu gỗ lớn hơn 40 triệu đồng.

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 72 đến 73

Mẫu số liệu sau cho biết điểm số bài kiểm tra của các học sinh lớp 10A

Điểm	Số học sinh
10	8
9	7
8	15
7	5
6	3
5	2

Câu 72: [EMPIRE TEAM] Hãy tính điểm trung bình của điểm số các bài kiểm tra của các học sinh lớp 10A:

- A. 8,15
- B. 81,5.
- C. 100.
- D. 8



NOTE:

Điểm trung bình của điểm số các bài kiểm tra của các học sinh lớp 10A là:

$$\bar{X} = \frac{10.8 + 9.7 + 8.15 + 7.5 + 6.3 + 5.2}{40} = 8,15$$

Câu 73: [EMPIRE TEAM] Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn đến 2 số thập phân sau dấu phẩy):

- A. 1,35.
- B. 1,34.
- C. 1,53.
- D. 1,54.

NOTE:

Phương sai của mẫu số liệu trên:

$$S^2 = \frac{1}{40} (8.10^2 + 7.9^2 + 15.8^2 + 5.7^2 + 3.6^2 + 2.5^2) - (8,15)^2 = 1,8275$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên: $S = \sqrt{1,8275} \approx 1,35$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 74 đến 75

Cho bất phương trình $(3^{x^2-x} - 9)(2^{x^2} - m) \leq 0$

Câu 74: [EMPIRE TEAM] Với $3^{x^2-x} - 9 \geq 0$, tìm điều kiện của m để bất phương trình vô nghiệm:

- A. $m = 9$.
- B. $m < 1$.
- C. $m > 1$
- D. $m > 0$.

NOTE:

$$\text{Xét } 3^{x^2-x} - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - x \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó, } (1) \Leftrightarrow 2^{x^2} \leq m \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ x^2 \leq \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ -\sqrt{\log_2 m} \leq x \leq \sqrt{\log_2 m} \end{cases}$$

Vậy $m < 1$ thì vô nghiệm.

Câu 75: [EMPIRE TEAM] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(3^{x^2-x} - 9)(2^{x^2} - m) \leq 0$ có 5 nghiệm nguyên?:

- A. 65024.
- B. 65023
- C. 4.
- D. 5

NOTE:

$$\text{Gọi } (3^{x^2-x} - 9)(2^{x^2} - m) \leq 0 \quad (1)$$

Trường hợp 1: Xét $3^{x^2-x} - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - x \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$.

Khi đó, $(1) \Leftrightarrow 2^{x^2} \leq m \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ x^2 \leq \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ -\sqrt{\log_2 m} \leq x \leq \sqrt{\log_2 m} \end{cases}$

Nếu $m < 1$ thì vô nghiệm.

Nếu $m \geq 1$ thì $(2) \Leftrightarrow -\sqrt{\log_2 m} \leq x \leq \sqrt{\log_2 m}$.

Do đó, để bất phương trình có 5 nghiệm nguyên

thì tập hợp $((-\infty; -1] \cup [2; +\infty)) \cap [-\sqrt{\log_2 m}; \sqrt{\log_2 m}]$ có 5 giá trị nguyên

$$\Leftrightarrow 3 \leq \sqrt{\log_2 m} < 4 \Leftrightarrow 512 \leq m < 65536.$$

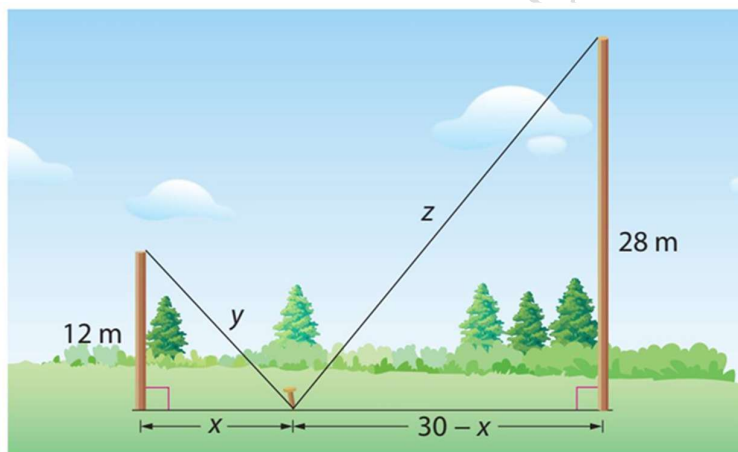
Suy ra có 65024 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Trường hợp 2: Xét $3^{x^2-x} - 9 < 0 \Leftrightarrow x^2 - x < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 2$. Vì $(-1; 2)$ chỉ có hai số nguyên nên không có giá trị m nào để bất phương trình có 5 nghiệm nguyên.

Vậy có tất cả 65024 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu bài toán

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 76 đến 77:

Có hai cây cột, một cây cao 12 m và cây còn lại cao 28 m, đứng cách nhau 30 m. Chúng được cố định bằng hai sợi dây cáp gắn vào một cây cọc giữa hai cây cột (xem hình bên dưới)



Câu 76: [EMPIRE TEAM] Tại $x = 20$, giá trị của $P = y + z$ là:

- A. 50,03.
- B. 53,05.
- C. 53,06.
- D. 50,02.

NOTE:

Ta có: $y = \sqrt{12^2 + x^2}$ và $z = \sqrt{28^2 + (30 - x)^2}$.

$$\text{Nên } P = y + z = \sqrt{12^2 + x^2} + \sqrt{28^2 + (30 - x)^2}$$

$$\text{Tại } x = 20 \text{ thì } P = y + z = \sqrt{12^2 + 20^2} + \sqrt{28^2 + 10^2} \approx 53,06$$

Câu 77: [EMPIRE TEAM] Cần đặt cây cọc cách cây cột cao 12m ở đâu trên mặt đất để sử dụng ít dây cáp nhất, biết rằng chân của các cây cột và chân của cây cọc là thẳng hàng:

- A. 0.



B.8.

C. 9.

D. 3.

NOTE:

$$\text{Đặt } f(x) = y + z = \sqrt{12^2 + x^2} + \sqrt{28^2 + (30 - x)^2}$$

$$\text{Để dùng ít dây cáp nhất thì: } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{12^2 + x^2}} + \frac{-30 + x}{\sqrt{28^2 + (30 - x)^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{28^2 + (30 - x)^2} + (-30 + x)\sqrt{12^2 + x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 28^2 \cdot x^2 - 12^2 \cdot (30 - x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9(n) \\ x = \frac{-45}{2}(l) \end{cases}$$

Vậy đặt cây cọc cách cây cột cao 12m với khoảng cách $x = 9$ thì sử dụng ít dây cáp nhất

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 78 đến 80

Cho một lục giác đều 6 đỉnh với các đỉnh được xếp từ các thẻ bài. Viết các chữ cái A, B, C, D, E, F vào 6 thẻ. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ.

Câu 78: [EMPIRE TEAM] Xác suất sao cho đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên 2 thẻ đó là cạnh của lục giác là:

A. $\frac{12}{15}$.

B. $\frac{6}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

NOTE:

Gọi không gian mẫu là Ω .

Chúng ta đã biết từ 6 điểm phân biệt sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng có thể tạo ra được $C_6^2 = 15$ đoạn thẳng. Do đó $n(\Omega) = 15$

Gọi các biến cố:

A : “Đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên hai thẻ là cạnh của lục giác”

B : “Đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên hai thẻ là đường chéo của lục giác”

C : “Đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên hai thẻ là đường chéo nối hai đỉnh đối diện của lục giác”

$$n(A)=6 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Vậy xác suất để đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên hai thẻ là cạnh của lục giác

là $\frac{2}{5}$

Câu 79: [EMPIRE TEAM] Xác suất sao cho đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên 2 thẻ đó là đường chéo của lục giác là:

A. $\frac{12}{15}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

NOTE:

$$B = \overline{A} \rightarrow P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Vậy xác suất để đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên hai thẻ là đường chéo của lục giác là $\frac{3}{5}$

Câu 80: [EMPIRE TEAM] Xác suất sao cho đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên 2 thẻ đó là đường chéo nối 2 đỉnh đối diện của lục giác là:

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

NOTE:

$$n(C) = 6 \rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Vậy xác suất để đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên hai thẻ là đường chéo nối hai đỉnh đối diện của lục giác là $\frac{1}{5}$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 81 đến 82

Cho các véc-tơ $\vec{a} = (-2; 3)$, $\vec{b} = (4; 1)$, $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b}$ và $\vec{d} = n\vec{a} + \vec{b}$.

Câu 81: [EMPIRE TEAM] Giá trị của $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ là:

A. $\frac{-5\sqrt{21}}{21}$.



B. $\frac{5\sqrt{21}}{21}$.

C. $\frac{-5\sqrt{221}}{221}$.

D. $\frac{5\sqrt{221}}{221}$.

NOTE:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{(-2) \cdot 4 + 3 \cdot 1}{\sqrt{(-2)^2 + 3^2} \cdot \sqrt{4^2 + 1}} = \frac{-5\sqrt{221}}{221}.$$

Câu 82: [EMPIRE TEAM] Mỗi liên hệ giữa k và m để $\vec{c} \perp (\vec{a} + \vec{b})$ là:

A. $2k - 3m = 0$

B. $2k + 3m = 0$

C. $3k + 2m = 0$

D. $3k - 2m = 0$

NOTE:

Ta có $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b} = (-2k + 4m; 3k + m)$, $\vec{a} + \vec{b} = (2; 4)$.

$$\vec{c} \perp (\vec{a} + \vec{b}) \Leftrightarrow \vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow 2(-2k + 4m) + 4(3k + m) = 0 \Leftrightarrow 2k + 3m = 0$$

READING2: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 83 đến 84

Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) với $I(x_I, y_I)$ là tọa độ đỉnh.

Câu 83: [EMPIRE TEAM] (P) đi qua hai điểm $D(3; 0)$ và $I(1; 4)$. Phương trình của parabol (P) là:

A. $y = -x^2 + 2x - 3$

B. $y = -x^2 - 2x + 3$

C. $y = -x^2 + 2x + 3$

D. $y = x^2 + 2x + 3$

NOTE:

Câu 84: [EMPIRE TEAM] Xét parabol (D) có phương trình $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Biết (D) có trục đối xứng là $x = -2$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $d: y = 2x - 1$, đồng thời (D) đi qua hai điểm $E(1; 4)$ và $I(-2; -5)$. Biết $y_D + y_P = mx^2 + nx + q$ với y_D, y_P lần lượt là parabol của (D) và (P). Giá trị của $Q = m + n + q$ bằng:

A. 7

B. 8

C. 11

D. 10

NOTE:

Do (p) có trục đối xứng là $x = -2$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $d: y = 2x - 1$ nên đỉnh của (P) là $I(-2; -5)$.

Vì (P) đi qua hai điểm $E(1; 4)$ và $I(-2; -5)$ nên ta có: $a + b + c = 4(1); 4a - 2b + c = -5(2)$

Trừ theo từng vế của cho ta có: $3a - 3b = -9$

Vì (P) có trục đối xứng là $x = -2$ và từ (3) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = -2 \\ 3a - 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 0 \\ a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4. \end{cases}$$

Thay $a = 1$ và $b = 4$ vào suy ra $c = -1$.

Vậy parabol (P) có phương trình $y = x^2 + 4x - 1$.

READING3: Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 85 đến 87

Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, P là điểm trên cạnh SD sao cho $3SP = PD$.

Câu 85: [EMPIRE TEAM] Gọi I là giao điểm của MP và AD. Khi đó, I là giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng nào sau đây

- A. $MP, (ABCD)$
- B. $MP, (SAB)$
- C. $MP, (SCD)$
- D. $MP, (SAD)$

NOTE:

Câu 86: [EMPIRE TEAM] Gọi Q là giao điểm của IC và AB, Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MPC) và (SAB):

- A. MN
- B. MQ
- C. NQ
- D. QA

NOTE:

Câu 87: [EMPIRE TEAM] Tỉ số $\frac{QA}{QB}$ là:

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{2}{3}$

- C. $\frac{1}{2}$
D. 1

NOTE:

	a) Gọi $I = MP \cap AD$. $\Rightarrow \begin{cases} I \in MP \\ I \in AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow I = MP \cap (ABCD)$ b) Ta có M là điểm chung thứ nhất của (MPC) và (SAB) Gọi $Q = IC \cap AB$ $\Rightarrow \begin{cases} Q \in IC \subset (MPC) \\ I \in AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow Q \text{ là điểm chung thứ 2 của } (MPC) \text{ và } (SAB)$ Suy ra $MQ = (MPC) \cap (SAB)$
c) Trong mặt phẳng (SAD) dựng AK song song với SD (K thuộc MI) Ta có $\frac{IA}{ID} = \frac{AK}{PD} = \frac{SP}{PD} = \frac{1}{3}$	
Lại có $AB \parallel CD$ nên $\frac{QA}{AB} = \frac{QA}{DC} = \frac{IA}{ID} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{QA}{QB} = \frac{1}{2}$	

READING3:Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các câu từ 88 đến 90

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$.

Câu 88: [EMPIRE TEAM] Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. 3
B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
C. 2
D. $\sqrt{6}$

NOTE:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;0;1), \overrightarrow{AC} = (1;1;1)$

$$\text{Tính } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1; 2; -1) \neq \vec{0}$$

Do đó: 2 véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Vậy A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác

$$\text{Diện tích tam giác } ABC : S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Câu 89: [EMPIRE TEAM] Gọi $D(x; y; z)$ sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành. Giá trị của $P = x + y - 2$ bằng:

- A. 2
B. -2
C. 3
D. -3

NOTE:

$ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Gọi $D(x; y; z)$ ta có: $\overrightarrow{AD}(x-1; y; z); \overrightarrow{BC} = (2; 1; 0)$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$$

Nên $P = 3 + 1 - 2 = 2$

Câu 90: [EMPIRE TEAM] Thể tích của khối chóp S_{ABCD} với đỉnh $S(0; 3; 4)$ bằng

A. 1

B. 3

C. 3π

D. π

NOTE:

Ta có $V = 2V_{SABC} = \frac{1}{3} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AS}|$

Tính $\overrightarrow{AS} = (-1; 3; 4)$ do kết quả câu 1

Nên $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \overrightarrow{AS} = 1 + 6 - 4 = 3 > 0$

Do đó $V = 1$