



## BỔ TRỢ MŨ-LOGARIT

### CHỦ ĐỀ 3. LOGARIT

#### 1. Khái niệm

Cho hai số dương  $a, b$  với  $a$  khác 1, số  $\alpha$  thỏa mãn đẳng thức  $a^\alpha = b$  được gọi là logarith cơ số  $a$  của  $b$ , kí hiệu  $\log_a b$ .

Ta có:  $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow b = a^\alpha$

#### 2. Các công thức biến đổi

|                                                |                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ❶ $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ | ❹ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$                                                                                                        |
| ❷ $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$        | ❺ $\log_a b^n = \begin{cases} n \cdot \log_a b & \text{khi } \alpha \text{ lẻ} \\ n \cdot \log_a  b  & \text{khi } \alpha \text{ chẵn} \end{cases}$ |
| ❸ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$       | ❻ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$                                                                        |
| ❹ $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$                 | ❼ $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow b = a^{\log_a b}$                                                                                        |
| ❺ $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$   | ❽ $\begin{cases} \ln b = \log_e b \\ \lg b = \log b = \log_{10} b \end{cases}$                                                                      |

#### Dạng 1: CÂU HỎI LÝ THUYẾT

**Câu 1:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương  $x, y$ ?

A.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ .

B.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$ .

C.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$ .

D.  $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

**Giải:**

**Câu 2:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với mọi số thực dương  $a, b, x, y$  và  $a, b \neq 1$ , mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ .

B.  $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C.  $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$ .

D.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$



**Giải:**

**Câu 3:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý và  $b \neq 1$ . Tìm kết luận đúng

- A.**  $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$ .                      **B.**  $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$ .  
**C.**  $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$                       **D.**  $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

**Giải:**

**Câu 4:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng

- A.**  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$ .  
**B.**  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$ .  
**C.**  $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$   
**D.**  $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$  với mọi số  $a, b, c$  dương và  $a \neq 1$ .

**Giải:**

**Câu 5:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số dương  $a, b$  ( $a \neq 1$ ). Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

- A.**  $\log_a a = 2a$ .                      **B.**  $\log_a a^\alpha = \alpha$ .  
**C.**  $\log_a 1 = 0$                       **D.**  $a^{\log_a b} = b$

**Giải:**

**Câu 6:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.**  $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ .                      **B.**  $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$ .  
**C.**  $\log(ab) = \log a + \log b$                       **D.**  $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$

**Giải:**

**Câu 7:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .                      **B.**  $\ln \left( \frac{a}{b} \right) = \frac{\ln a}{\ln b}$ .  
**C.**  $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$                       **D.**  $\ln \left( \frac{a}{b} \right) = \ln b - \ln a$

**Giải:**

**Câu 8:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ .      B.  $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$ .  
C.  $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$       D.  $\log(ab) = \log a + \log b$

**Giải:**

**Câu 9:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b, c > 0, a \neq 1$  và số  $\alpha \in \mathbb{R}$ , mệnh đề nào dưới đây *sai*?

- A.  $\log_a a^c = c$ .      B.  $\log_a a = 1$ .  
C.  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$       D.  $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$

**Giải:**

**Bài tập tương tự**

**Câu 1:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực dương  $a, b (a \neq 1)$ . Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề dưới đây?

- A.  $\log_a 1 = 0$ .      B.  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ .  
C.  $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b (a \neq 0)$ .      D.  $\log_a a = 1$ .

**Câu 2:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a > 0, a \neq 1$  và  $b > 0, b \neq 1, x$  và  $y$  là hai số dương. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$ .      B.  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ .  
C.  $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ .      D.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$ .

**Câu 3:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là các số thực dương,  $a \neq 1, \alpha \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ .      B.  $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ .  
C.  $\log_a b^\alpha = \log_a^\alpha b$ .      D.  $\log_a b^\alpha = (\alpha - 1) \log_a b$ .

**Câu 4:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số dương  $a; b > 0 (a \neq 1)$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.  $3^{\log_a b} = b^{\log_a 3}$ .      B.  $a^{\log_a ab} = ab$ .      C.  $a^{\log \sqrt{a} b} = b^2$ .      D.  $a^{\log_a 2^b} = b^2$ .

**Câu 5:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực  $a; b > 0 (a \neq 1)$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$ .      B.  $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$ .  
C.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$ .      D.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$ .

**Câu 6:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số dương  $a; b > 0 (a \neq 1)$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?



- A.  $\log_a(a^3b^4) = 3 + 4\log_a b$ .      B.  $\log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a 3}$ .
- C.  $2 + 2\log_a b = \log_a(a^2b^2)$ .      D.  $\log_a b \cdot \log_b 9 = 2\log_a 3$ .

**Câu 7:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số dương  $a > b > 0 (a \neq 1)$ . Khẳng định nào dưới đây sai?

- A.  $\log_a(a^2 - b^2) = \log_a(a - b) + \log_a(a + b)$ .
- B.  $\log_a(a^2b^2) = 2 + 2\log_a b$ .
- C.  $\log_a(a + b)^2 = 2(1 + \log_a b)$ .
- D.  $\log_{a^2} \sqrt{ab} = \frac{1}{4}(1 + \log_a b)$ .

**Câu 8:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a$  là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log(3a) = 3\log a$ .      B.  $\log a^3 = 3\log a$ .
- C.  $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$ .      D.  $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$ .

**Câu 9:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b, c$  là các số thực dương và  $a \neq 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_a(b \cdot c) = \log_a b \cdot \log_a c$ .      B.  $\log_a(b + c) = \log_a b \cdot \log_a c$ .
- C.  $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ .      D.  $\log_a(b + c) = \log_a b + \log_a c$ .

**Câu 10:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với hai số thực bất kỳ  $a \neq 0, b \neq 0$ , khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A.  $\log(a^2b^2) = \log(a^4b^6) - \log(a^2b^4)$ .
- B.  $\log(a^2b^2) = 3\log \sqrt[3]{a^2b^2}$ .
- C.  $\log(a^2b^2) = 2\log(ab)$ .
- D.  $\log(a^2b^2) = \log a^2 + \log b^2$ .

**Câu 11:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_{2019} a = \frac{1}{\log_{2019} a}$ .      B.  $\log_{2019} a = -\log_a 2019$ .
- C.  $\log_{2019} a = \log_a 2019$ .      D.  $\log_{2019} a = \frac{1}{\log_a 2019}$ .

**Câu 12:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a$  là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\ln(2019a) = 2019\ln a$ .      B.  $\ln a^{2019} = \frac{1}{2019}\ln a$ .
- C.  $\ln(2019a) = \frac{1}{2019}\ln a$ .      D.  $\ln a^{2019} = 2019\ln a$ .

**Câu 13:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A.  $\log_9 a = 2 \log_a 3$ .

B.  $\log_9 a = \frac{2}{\log_3 a}$ .

C.  $\log_9 a = \frac{1}{2 \log_a 3}$ .

D.  $\log_9 a = -2 \log_a 3$ .

**Câu 14:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x > 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\log_{2^4} x = 4 \log_2 x$ .

B.  $\log_{2^4} x = \frac{1}{4} \log_2 x$ .

C.  $\log_{2^4} x = -\frac{1}{4} \log_2 x$ .

D.  $\log_{2^4} x = -4 \log_2 x$ .

**Câu 15:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b, c$  là các số thực dương khác 1 tùy ý, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A.  $\log_c b \cdot \log_b a = \log_c a$ .

B.  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ .

C.  $\log_a b = \frac{-1}{\log_b a}$ .

D.  $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$ .

**Câu 16:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b, c$  là những số thực dương,  $a \neq 1$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A.  $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$ .

B.  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ .

C.  $\log_a b = \log_c b \cdot \log_a c, (c \neq 1)$ .

D.  $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ .

**Câu 17:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là các số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A.  $\log(10ab^2)^2 = 2(1 + \log a + 2 \log b)$ .

B.  $\log(10ab^2)^2 = (1 + \log a + 2 \log b)^2$ .

C.  $\log(10ab^2)^2 = 100 + \log a^2 + \log b^4$ .

D.  $\log(10ab^2)^2 = 1 + \log a + 2 \log b$ .

**Câu 18:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực  $a, b > 0$  với  $a \neq 1$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$ .

B.  $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} \log_a b$ .

C.  $\log_{a^2} (ab) = 2 + 2 \log_a b$ .

D.  $\log_{a^2} (ab) = \log_{a^2} a \cdot \log_{a^2} b$ .

**Câu 19:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Giả sử  $x, y$  là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A.  $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$ .

B.  $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2} (\log_2 x + \log_2 y)$ .

C.  $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$ .

D.  $\log_2 (x+y) = \log_2 x + \log_2 y$ .

**Câu 20:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?



A.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$  ( $xy > 0$ ). B.  $\log_a x^2 = 2\log_a x$  ( $x^2 > 0$ ).

C.  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$  ( $xy > 0$ ). D.  $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$  ( $xy > 0$ ).

**Câu 21:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$ ;  $a, b \neq 1$  và  $x, y$  là hai số thực dương. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**.

A.  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ .

B.  $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$ .

C.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ .

D.  $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$ .



**Dạng 2: TÍNH, RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA LOGARIT**

**Câu 1:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < a \neq 2$ . Tính

$$I = \log_a \left( \frac{a^2}{4} \right).$$

- A. 2.                      B. 1.                      C. 0.                      D. -1.

**Giải:**

**Câu 2:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\ln(5a) - \ln(3a)$  bằng

- A.  $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ .                      B.  $\ln(2a)$ .                      C.  $\ln \frac{5}{3}$ .                      D.  $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ .

**Giải:**

**Câu 3:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3(3a)$  bằng

- A.  $3\log_3 a$ .                      B.  $3 + \log_3 a$ .                      C.  $1 + \log_3 a$ .                      D.  $1 - \log_3 a$ .

**Giải:**

**Câu 4:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_3 a = 2$  và

$$\log_2 b = \frac{1}{2}. \text{ Tính } I = 2\log_3 [\log_3(3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2. ?$$

- A.  $I = \frac{5}{4}$ .                      B.  $I = 4$ .                      C.  $I = 0$ .                      D.  $I = \frac{3}{2}$ .

**Giải:**

**Câu 5:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_2 a = -1$  và

$$\log_3 b = \frac{1}{2}. \text{ Tính } I = 4\log_2 [\log_2(8a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^4.$$

- A.  $I = 0,5$ .                      B.  $I = 3$ .                      C.  $I = 0$ .                      D.  $I = -1$ .

**Giải:**

**Câu 6:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_a b = 2$  và  $\log_a c = 3$ .

$$\text{Tính } P = \log_a (b^2 c^3).$$

- A. 31.                      B. 13.                      C. 30.                      D. 108.

**Giải:**

**Câu 7:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_a b = 3$ ,  $\log_a c = -2$ .  
Giá trị của biểu thức  $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$  bằng?  
A. -8. B. 8. C. 4. D. 5.

**Giải:**

**Câu 8:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$ . Giá trị của biểu thức  $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$  bằng?  
A.  $2\log_a b$ . B. 0. C.  $\log_a b$ . D.  $4\log_a b$ .

**Giải:**

**Câu 9:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < a \neq 1$ ,  $b > 0$  thỏa mãn  $\log_a b = \frac{b}{4}$  và  $\log_2 a = \frac{16}{b}$ . Tổng  $a + b$  bằng.  
A. 18. B. 10. C. 12. D. 16.

**Giải:**

**Câu 10:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa  $\log_2 a = x$ ,  $\log_2 b = y$ . Giá trị của biểu thức  $P = \log_2 (a^2 b^3)$  bằng.  
A.  $2x + 3y$ . B.  $x^2 y^3$ . C.  $x^2 + y^3$ . D.  $6xy$ .

**Giải:**

**Câu 11:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, x$  là các số thực dương, biết  $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} a$ . Tính  $x$  theo  $a$ .  
A.  $x = a^4$ . B.  $x = a^3$ . C.  $x = 3a$ . D.  $x = a - 3$ .

**Giải:**

**Câu 12:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_a x = 2$ ,  $\log_b x = 3$  với  $a, b$  là các số thực lớn hơn 1. Tính  $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$ .  
A.  $P = -6$ . B.  $P = \frac{1}{6}$ . C.  $P = -\frac{1}{6}$ . D.  $P = 6$ .

**Giải:**

**Câu 13:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_a x = 3$ ,  $\log_b x = 4$  với  $a, b > 1$ . Tính  $P = \log_{ab} x$ .  
A.  $P = \frac{7}{12}$ . B.  $P = \frac{1}{12}$ . C.  $P = 12$ . D.  $P = \frac{12}{7}$ .

**Giải:**





**Câu 14:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_a x = -1$  và  $\log_a y = 4$ . Tính  $P = \log_a (x^2 y^3)$ .

A.  $P = 3$ .      B.  $P = 10$ .      C.  $P = -14$ .      D.  $P = 65$ .

**Giải:**

**Câu 15:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết rằng  $a, b, c > 1$  thỏa mãn  $\log_{ab}(bc) = 2$ . Tính  $P = \log_{\frac{c}{b}} a^4 + \log_{\frac{c}{a}}(ab)$ .

A.  $P = 1$ .      B.  $P = 2$ .      C.  $P = 3$ .      D.  $P = 4$ .

**Giải:**

**Câu 16:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < a \neq 1$  và  $x, y \in \mathbb{R}$  thỏa  $\log_a 3 = x$ ,  $\log_a 2 = y$ . Khi đó  $(x + y) \log_6 a$  bằng

A.  $(x + y)^2$ .      B.  $2(x + y)$ .      C.  $x + y$ .      D. 1

**Giải:**

**Câu 17:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < x; y \neq 1$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt[3]{x}} y = \frac{3y}{8}$  và  $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y}$ . Giá trị của  $P = x^2 - y^2$  là

A. 120      B. 132      C. 240      D. 340

**Giải:**

**Câu 18:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\sqrt{a} \neq b$ ,  $a \neq 1$ ,  $\log_a b = 2$ . Tính  $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$ .

A.  $T = -\frac{2}{5}$ .      B.  $T = \frac{2}{5}$ .      C.  $T = \frac{2}{3}$ .      D.  $T = -\frac{2}{3}$ .

**Giải:**

**Câu 19:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\sqrt{a} \neq b$ ,  $a \neq 1$ ,  $\log_a b = 2$ . Tính  $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$ .

A.  $T = -\frac{2}{5}$ .      B.  $T = \frac{2}{5}$ .      C.  $T = \frac{2}{3}$ .      D.  $T = -\frac{2}{3}$ .

**Giải:**

**Câu 20:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 7ab$ . Khẳng định nào **đúng**?

A.  $2\log_2(a + b) = \log_2 a + \log_2 b$ .      B.  $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$ .

C.  $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$ . D.  $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$ .

**Giải:**

**Tương tự**

**Câu 21:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa  $a^2 + b^2 = 8ab$ . Khẳng định nào **đúng**?

A.  $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ . B.  $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$ .

C.  $\log(a+b) = \frac{1 + \log a + \log b}{2}$ . D.  $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$ .

**Câu 22:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a+b = 2\sqrt{ab}$ . Khẳng định nào **đúng**?

A.  $\ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$ . B.  $\ln(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$ .

C.  $\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b} = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b)$ . D.  $\ln(a+b) = 2\ln(ab)$ .

**Câu 23:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a^2 + 9b^2 = 10ab$ . Khẳng định nào **đúng**?

A.  $\log(a+1) + \log b = 1$ . B.  $\log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$ .

C.  $3\log(a+3b) = \log a - \log b$ . D.  $2\log(a+3b) = 2\log a + \log b$ .

**Câu 24:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x, y > 1$  thỏa mãn  $x^2 - 6y^2 = xy$ . Tính giá trị của  $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$ .

A.  $M = \frac{1}{4}$ . B.  $M = 1$ . C.  $M = \frac{1}{2}$ . D.  $M = 3$ .

**Câu 25:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x, y > 1$  thỏa  $x^2 + 9y^2 = 6xy$ . Tìm  $I = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$

A.  $I = \frac{1}{4}$ . B.  $I = 1$ . C.  $I = \frac{1}{2}$ . D.  $I = \frac{1}{3}$ .

**Câu 26:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ . Giá trị  $ab$  bằng

A.  $2^9$ . B. 8. C.  $2^{18}$ . D. 2.

**Giải:**

**Câu 27:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\log_4 a + \log_9 b^2 = 5$  và  $\log_4 a^2 + \log_9 b = 4$ . Giá trị  $ab$  bằng

A. 48. B. 256. C. 144. D. 324.

**Giải:**

**Câu 28:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn

$$\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b). \text{ Giá trị của } \frac{a}{b} \text{ bằng}$$

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ .      C.  $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ .      D.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

**Giải:**

**Câu 29:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{15}(a+b)$ . Mệnh đề nào **đúng**?

- A.  $\frac{a}{b} \in (2;3)$ .      B.  $\frac{a}{b} \in (3;9)$ .      C.  $\frac{a}{b} \in (0;2)$ .      D.  $\frac{a}{b} \in (9;16)$ .

**Câu 30:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn

$$\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}. \text{ Tính tỉ số } T = \frac{a}{b}.$$

- A.  $T = \frac{5}{4}$ .      B.  $T = \frac{2}{3}$ .      C.  $T = \frac{3}{2}$ .      D.  $T = \frac{4}{5}$ .

**Câu 31:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn

$$\log_{\sqrt{10}} x = \log_{\sqrt{15}} y = \log_5(x+y). \text{ Tính tỉ số } \frac{y}{x}.$$

- A.  $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$ .      B.  $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ .

**Câu 32:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Tính  $P = \log(\tan 1^\circ) + \log(\tan 2^\circ) + \log(\tan 3^\circ) + \dots + \log(\tan 89^\circ)$ .

- A.  $P = 0$ .      B.  $P = 2$ .      C.  $P = \frac{1}{2}$ .      D.  $P = 1$ .

**Giải:**  $\tan \alpha \cdot \tan(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ .

**Câu 33:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $n > 1$  là số nguyên

$$\text{dương. Tính } P = \frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}.$$

- A.  $P = 0$ .      B.  $P = n$ .      C.  $P = n!$ .      D.  $P = 1$ .

**Giải:**  $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ .

**Câu 34:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x = 2018!$ . Giá trị

$$A = \frac{1}{\log_{2018} x} + \frac{1}{\log_{2017} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017} x} + \frac{1}{\log_{2018} x} \text{ bằng}$$

- A.  $\frac{1}{2017}$ .      B. 2018.      C.  $\frac{1}{2018}$ .      D. 2019.

**Giải:**  $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ .

- Câu 35:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Cho  $0 < a \neq 1$ . Tính  $P = \log_a 2018 + \log_{\sqrt{a}} 2018 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2018 + \dots + \log_{2018\sqrt{a}} 2018$ .
- A.  $1009.2019.\log_a 2018$ . B.  $2018.2019.\log_a 2018$ .  
C.  $2018.\log_a 2018$ . D.  $2019.\log_a 2018$ .

**Giải:**

- Câu 36:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Cho 3 số thực dương  $a, b, c$  khác 1, thỏa mãn  $\log_a(bc) = 2$ ,  $\log_b(ca) = 4$ . Tính  $\log_c(ab)$ .
- A.  $\frac{6}{5}$  B.  $\frac{8}{7}$  C.  $\frac{10}{9}$  D.  $\frac{7}{6}$

**Giải:**

$$\circledast \begin{cases} \log_a(bc) = 2 \\ \log_b(ca) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} bc = a^2 \\ ca = b^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 = b^5 \\ c = \frac{a^2}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{b^5} \\ c = \sqrt[3]{b^7} \end{cases} \Rightarrow \log_c(ab) = \log_{\sqrt[3]{b^7}} \left( \frac{8}{b^3} \right) = \frac{8}{7}$$

**Bài tập tương tự**

- Câu 1:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Giá trị của  $M = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{2018}{2019}$  bằng
- A.  $M = \ln \frac{1}{2018}$ . B.  $M = -\ln 2019$ . C.  $M = 2019$ . D.  $M = \ln 2018$ .
- Câu 2:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Tính  $I = \log_a \sqrt[3]{a}$
- A.  $I = 0$ . B.  $I = \frac{1}{3}$ . C.  $I = -3$ . D.  $I = 3$ .
- Câu 3:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Cho  $P = \sqrt[20]{3\sqrt[7]{27\sqrt[4]{243}}}$ . Tính  $\log_3 P$
- A.  $\frac{45}{28}$ . B.  $\frac{9}{112}$ . C.  $\frac{45}{56}$ . D. Đáp án khác.
- Câu 4:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Tính giá trị của biểu thức  $K = \log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$  với  $0 < a \neq 1$  ta được kết quả là
- A.  $K = \frac{4}{3}$ . B.  $K = \frac{3}{2}$ . C.  $K = \frac{3}{4}$ . D.  $K = -\frac{3}{4}$ .
- Câu 5:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Tính  $I = \log_{\sqrt{a}} a$ .
- A.  $I = \frac{1}{2}$ . B.  $I = -\frac{1}{2}$ . C.  $I = -2$ . D.  $I = 2$
- Câu 6:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Giá trị của  $\log_2(4\sqrt{2})$  bằng
- A.  $\frac{3}{2}$ . B.  $\frac{5}{2}$ . C. 4. D. 3.



**Câu 7:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  là số thực dương khác

5. Tính  $I = \log_a \left( \frac{a^3}{125} \right)$ .

- A.  $I = 3$ .      B.  $I = \frac{1}{3}$ .      C.  $I = -3$ .      D.  $I = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 8:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b$  là hai số dương tùy ý thì  $\log(a^3 b^2)$  có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $3\left(\log a + \frac{1}{2}\log b\right)$ .      B.  $2\log a + 3\log b$ .  
C.  $3\log a + \frac{1}{2}\log b$ .      D.  $3\log a + 2\log b$ .

**Câu 9:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$ .  
B.  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$ .  
C.  $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$  với mọi số  $a, b$  dương và  $a \neq 1$ .  
D.  $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$  với mọi số  $a, b, c$  dương và  $a \neq 1$ .

**Câu 10:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Giá trị của biểu thức  $9^{\frac{1}{2}\log_3 4}$  bằng

- A. 2.      B. 4.      C. 3.      D. 16.

**Câu 11:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a; b > 0$ , biểu thức  $P = \log_{\frac{1}{2}} a + 4\log_4 b$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $P = \log_2 \left( \frac{2b}{a} \right)$ .      B.  $P = \log_2 (b^2 - a)$ .  
C.  $P = \log_2 (ab^2)$ .      D.  $P = \log_2 \left( \frac{b^2}{a} \right)$ .

**Câu 12:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý,  $\ln(e^2 a^7 b^5)$  bằng

- A.  $2 + 5\ln a + 7\ln b$ .      B.  $7\ln a + 5\ln b$ .  
C.  $2 + 7\ln a + 5\ln b$ .      D.  $5\ln a + 7\ln b$ .

**Câu 13:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\ln \frac{e}{a^2}$  bằng

- A.  $2(1 + \ln a)$ .      B.  $1 - \frac{1}{2}\ln a$ .      C.  $2(1 - \ln a)$ .      D.  $1 - 2\ln a$ .



**Câu 14:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  là số thực dương khác

4. Tính  $I = \log_a \left( \frac{a^3}{64} \right)$ .

- A.  $I = -\frac{1}{3}$ .      B.  $I = -3$ .      C.  $I = 3$ .      D.  $I = \frac{1}{3}$ .

**Câu 15:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $\log_a b = m, \log_b c = n$ . Khi đó  $\log_a (ab^2c^3)$  bằng

- A.  $1 + 6mn$ .      B.  $1 + 2m + 3n$ .      C.  $6mn$ .      D.  $1 + 2m + 3mn$ .

**Câu 16:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Tính giá trị biểu thức:  $K = \log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$  với  $0 < a \neq 1$ .

- A.  $K = \frac{4}{3}$ .      B.  $K = \frac{1}{8}$ .      C.  $K = \frac{3}{4}$ .      D.  $K = 2$ .

**Câu 17:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Tính  $P = \log_a \left( a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)$ .

- A.  $P = \frac{3}{2}$ .      B.  $P = \frac{1}{2}$ .      C.  $P = \frac{7}{2}$ .      D.  $P = \frac{5}{2}$ .

**Câu 18:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là các số thực dương tùy ý, khi đó  $\ln(a + ab)$  bằng

- A.  $\ln a \cdot \ln(ab)$ .      B.  $\ln a + \ln(1 + b)$ .  
C.  $\frac{\ln a}{\ln(1 + b)}$ .      D.  $\ln a + \ln(ab)$ .

**Câu 19:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với các số thực  $a, b > 0, a \neq 1$ , giá trị biểu thức  $\log_{a^2} (ab^3)$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \log_a b$ .      B.  $3 + 2 \log_a b$ .      C.  $2 + 3 \log_a b$ .      D.  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \log_a b$ .

**Câu 20:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a$  là số thực dương,  $\log_2 \left( \frac{a^2}{4} \right)$  bằng

- A.  $2(\log_2 a + 1)$ .      B.  $2(1 - \log_2 a)$ .      C.  $2(\log_2 a - 1)$ .      D.  $2 \log_2 a - 1$ .

**Câu 21:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b, c$  là các số thực dương tùy ý khác 1 và  $\log_a c = x, \log_b c = y$ . Khi đó giá trị của  $\log_c (ab)$  là

- A.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ .      B.  $\frac{xy}{x + y}$ .      C.  $\frac{1}{xy}$ .      D.  $x + y$ .

**Câu 22:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  là số thực dương tùy ý khi đó  $\log_2 \left( \frac{a^5}{2\sqrt{2}} \right)$  bằng:

- A.  $5 \log_2 a - \frac{3}{2}$ .      B.  $5 \log_2 a - \frac{2}{3}$ .      C.  $5 \log_2 a + \frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{3}{2} - 5 \log_2 a$ .



- Câu 23:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\log_6 a = \log_2 \sqrt[3]{b} = \log(a+b)$ . Tính giá trị của  $b-a$ .
- A.  $b-a=28$ .      B.  $b-a=-4$ .      C.  $b-a=10$ .      D.  $b-a=2$ .
- Câu 24:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  lần lượt là số hạng thứ 3 và số hạng thứ 7 của một cấp số cộng có công sai  $d \neq 0$ . Giá trị của  $\log_3 \left( \frac{b-a}{d} \right)$  bằng
- A.  $\log_{\sqrt{3}} 2$ .      B.  $\log_3 2$ .      C. 2.      D. 1.
- Câu 25:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a$  và  $b$  là các số dương thỏa mãn  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ . Tính giá trị  $a.b$ .
- A. 8.      B.  $2^9$ .      C.  $2^{18}$ .      D. 2.
- Câu 26:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $P = \log_a b^2$  với  $0 < a \neq 1$  và  $b < 0$ . Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?
- A.  $P = -\frac{1}{2} \log_a (-b)$ .      B.  $P = -2 \log_a (-b)$ .      C.  $P = \frac{1}{2} \log_a (-b)$ .      D.  $P = 2 \log_a (-b)$ .
- Câu 27:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là các số thực dương và  $a$  khác 1, thỏa mãn  $\log_{a^3} \left( \frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} \right) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $\log_a b$  bằng
- A. 4.      B. -4.      C.  $\frac{1}{4}$ .      D.  $-\frac{1}{4}$ .
- Câu 28:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Giá trị của  $P = \log_3 7 \cdot \log_5 9 \cdot \log_7 11 \cdot \log_9 13 \cdot \log_{11} 25 \cdot \log_{13} 27$  bằng
- A. 9.      B. 3.      C.  $3 \log_7 23$ .      D. 6.
- Câu 29:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b, c$  là các số thực dương tùy ý khác 1 và  $\log_a c = x, \log_b c = y$ . Khi đó giá trị của  $\log_c (ab)$  là
- A.  $x+y$ .      B.  $\frac{xy}{x+y}$ .      C.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ .      D.  $\frac{1}{xy}$ .
- Câu 30:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < a \neq 1; b, c > 0$  thỏa mãn  $\log_{a^2} b = 3; \log_a (b^2 c) = \frac{27}{2}$ . Tính  $\log_a \frac{a\sqrt[3]{b}}{c}$ .
- A. 2.      B.  $\frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{105}{2}$ .      D.  $\frac{11}{2}$ .
- Câu 31:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ , giá trị của biểu thức  $A = a^{1+\log_a 2} + b^{2\log_b 3}$  là
- A.  $a+3b$ .      B.  $2a+3b$ .      C.  $2a+9b$ .      D.  $2a+9$ .
- Câu 32:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b$  là các số thực dương và  $a \neq 1$ . Biểu thức  $\log_a (a^2 b)$  bằng
- A.  $2 - \log_a b$ .      B.  $2 + \log_a b$ .      C.  $1 + 2 \log_a b$ .      D.  $2 \log_a b$ .





- Câu 33:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $\log_a(bc) = 2$ ;  $\log_b(ca) = 4$ . Giá trị của  $\log_c(ab)$  là:
- A.  $\frac{6}{5}$ .      B.  $\frac{10}{9}$ .      C.  $\frac{8}{7}$ .      D.  $\frac{7}{6}$ .
- Câu 34:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $\log(x^3y) = \log(xy^2) = 1$ . Tính  $\log(xy)$ .
- A.  $\log(xy) = \frac{1}{4}$ .      B.  $\log(xy) = \frac{2}{5}$ .      C.  $\log(xy) = \frac{3}{4}$ .      D.  $\log(xy) = \frac{3}{5}$ .
- Câu 35:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $\log_{16}(a+3b) = \log_9 a = \log_{12} b$ . Giá trị của  $\frac{a^3 - ab^2 + b^3}{a^3 + a^2b + 3b^3}$  bằng
- A.  $\frac{6 - \sqrt{13}}{11}$ .      B.  $\frac{82 - 17\sqrt{13}}{69}$ .      C.  $\frac{5 - \sqrt{13}}{6}$ .      D.  $\frac{3 + \sqrt{13}}{11}$ .
- Câu 36:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Các số thực dương  $x, y \neq 1$  thỏa mãn  $\log_2 x = \log_y 16$  và  $xy = 64$ . Giá trị của biểu thức  $\left(\log_2 \frac{x}{y}\right)^2$  bằng
- A. 20.      B.  $\frac{25}{2}$ .      C.  $\frac{45}{2}$ .      D. 25.
- Câu 37:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_2 x = \frac{1}{2}$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $P = \frac{\log_2(4x) + \log_2 \frac{x}{2}}{x^2 - \log_{\sqrt{2}} x}$  bằng
- A. 2.      B. 1.      C.  $\frac{4}{7}$ .      D.  $\frac{8}{7}$ .
- Câu 38:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_3 a = 2$  và  $\log_2 b = \frac{1}{2}$ . Tính  $I = 2\log_3[\log_3(3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$ .
- A.  $I = 0$ .      B.  $I = \frac{3}{2}$ .      C.  $I = \frac{5}{4}$ .      D.  $I = 4$ .
- Câu 39:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với các số thực  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 6ab$ , biểu thức  $\log_2(a+b)$  bằng:
- A.  $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$ .      B.  $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$ .  
C.  $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$ .      D.  $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$ .
- Câu 40:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực  $a, b, c$  lớn hơn 1 thỏa mãn  $\log_a c = 1$  và  $\log_b c = 2$ . Giá trị của  $\log_{ab} c$  bằng:
- A. 3.      B.  $\frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .



- Câu 41:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $1 < a; 1 < b$  và  $\log_a b - \log_b a^3 = 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = \log_{ab} (2a^3 - b)$
- A.  $T = \frac{1}{12}$ .      B.  $T = 12$ .      C.  $T = \frac{3}{4}$ .      D.  $T = \frac{4}{3}$ .
- Câu 42:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Tính  $P = \frac{1}{\log_2 2019!} + \frac{1}{\log_3 2019!} + \dots + \frac{1}{\log_{2019} 2019!}$ .
- A.  $P = 2019$ .      B.  $P = 1$ .      C.  $P = 0$ .      D.  $P = 2019!$ .
- Câu 43:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho số tự nhiên  $n$ , biết biểu thức  $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_{2^2} x} + \frac{1}{\log_{2^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2^n} x} = \frac{120}{\log_2 x}$  luôn đúng  $\forall x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$ . Giá trị  $n$  thuộc khoảng nào sau đây?
- A.  $(19; 25)$ .      B.  $(14; 17)$ .      C.  $(6; 10)$ .      D.  $(11; 14)$ .
- Câu 44:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là các số dương thỏa mãn  $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2}$ . Tính giá trị  $\frac{a}{b}$ .
- A.  $\frac{a}{b} = 7 - 2\sqrt{6}$ .      B.  $\frac{a}{b} = \frac{3 - \sqrt{6}}{4}$ .      C.  $\frac{a}{b} = 7 + 2\sqrt{6}$ .      D.  $\frac{a}{b} = \frac{3 + \sqrt{6}}{4}$ .
- Câu 45:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $2 + \log_2 a = 3 + \log_3 b = \log_6 (a+b)$ . Tính giá trị của  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .
- A. 2.      B. 108.      C. 216.      D. 324.
- Câu 46:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $\log_{16} (a+3b) = \log_9 a = \log_{12} b$ . Giá trị của  $\frac{a^3 - ab^2 + b^3}{a^3 + ab^2 + 3b^3}$  bằng
- A.  $\frac{6 - \sqrt{13}}{11}$ .      B.  $\frac{82 - 17\sqrt{13}}{69}$ .      C.  $\frac{5 - \sqrt{13}}{6}$ .      D.  $\frac{3 + \sqrt{13}}{11}$ .
- Câu 47:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Gọi  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y)$  và  $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ , với  $a, b$  là hai số nguyên dương. Tính  $T = a + b$ .
- A.  $T = 4$ .      B.  $T = 8$ .      C.  $T = 11$ .      D.  $T = 6$ .
- Câu 48:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x, y$  là hai số thực dương khác 1. Biết  $\log_2 x = \log_y 16$  và  $xy = 64$ . Tính  $\left( \log_2 \frac{x}{y} \right)^2$ .
- A. 20.      B.  $\frac{45}{2}$ .      C. 25.      D.  $\frac{25}{2}$ .
- Câu 49:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b$  là hai số thực dương và  $a \neq 1, \log_{a\sqrt{a}} (a\sqrt{b^3})$  bằng
- A.  $\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \log_a b$ .      B.  $\frac{3}{2} + \log_a b$ .      C.  $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} \log_a b$ .      D.  $\frac{2}{3} + \log_a b$ .



**Câu 50:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x = 2018!$ . Tính

$$A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}.$$

**A.**  $A = \frac{1}{2017}$ . **B.**  $A = 2018$ . **C.**  $A = \frac{1}{2018}$ . **D.**  $A = 2017$ .

**Câu 51:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là các số dương thỏa mãn  $\log_4 a = \log_{25} b = \log \frac{4b-a}{2}$ . Tính giá trị  $\frac{a}{b}$ ?

**A.**  $\frac{a}{b} = 6 - 2\sqrt{5}$ . **B.**  $\frac{a}{b} = \frac{3 + \sqrt{5}}{8}$ . **C.**  $\frac{a}{b} = 6 + 2\sqrt{5}$ . **D.**  $\frac{a}{b} = \frac{3 - \sqrt{5}}{8}$ .

**Câu 52:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left( \frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2} \quad (\text{với } 0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1).$$

**A.**  $P = 2$ . **B.**  $P = 1$ . **C.**  $P = \sqrt{3}$ . **D.**  $P = \sqrt{2}$ .

**Câu 53:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $n > 1$  là một số nguyên dương. Giá trị của  $\frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$  bằng

**A.** 0. **B.**  $n$ . **C.**  $n!$ . **D.** 1.

**Câu 54:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Tính giá trị của biểu thức  $P = \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ)$ .

**A.**  $P = 1$ . **B.**  $P = \frac{1}{2}$ . **C.**  $P = 0$ . **D.**  $P = 2$ .

**Câu 55:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với mọi số thực dương  $a, b, x, y$  và  $a, b \neq 1$ , mệnh đề nào sau đây sai?

**A.**  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ . **B.**  $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$ .

**C.**  $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$ . **D.**  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ .

**Câu 56:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Giả sử  $a, b$  là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức  $\ln \frac{a}{b^2}$  bằng

**A.**  $\ln a - \frac{1}{2} \ln b$ . **B.**  $\ln a + \frac{1}{2} \ln b$ . **C.**  $\ln a + 2 \ln b$ . **D.**  $\ln a - 2 \ln b$ .

**Câu 57:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a > 1, b > 1$ ,  $P = \ln a^2 + 2 \ln(ab) + \ln b^2$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $P = 2(\ln a + \ln b)$ . **B.**  $P = 2 \ln(a+b)^2$ . **C.**  $P = 4(\ln a + \ln b)$ . **D.**  $P = \ln(a+b)^2$ .

**Câu 58:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý,  $\log(ab^2)$  bằng

**A.**  $2(\log a + \log b)$ . **B.**  $\log a + \frac{1}{2} \log b$ . **C.**  $2 \log a + \log b$ . **D.**  $\log a + 2 \log b$ .



- Câu 59:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log(8a) - \log(5a)$  bằng
- A.  $\frac{\log(8a)}{\log(5a)}$ .      B.  $\log(3a)$ .      C.  $\log \frac{8}{5}$ .      D.  $\frac{\log 8}{\log 5}$ .
- Câu 60:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $x > 0$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
- A.  $\log_{\sqrt{a}} x = \sqrt{\log_a x}$ .      B.  $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$ .  
C.  $\log_{\sqrt{a}} x = 2 \log_a x$ .      D.  $\log_{\sqrt{a}} x = (\log_a x)^2$ .
- Câu 61:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý,  $\log_5(ab^5)$  bằng
- A.  $\log_5 a + \frac{1}{5} \log_5 b$ .      B.  $5(\log_5 a + \log_5 b)$ .  
C.  $\log_5 a + 5 \log_5 b$ .      D.  $5 \log_5 a + 5 \log_5 b$ .
- Câu 62:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $\log_{\sqrt{a}}(\sqrt[3]{b}) = \frac{2}{3} \log_b a$ .      B.  $\log_{\sqrt{a}}(\sqrt[3]{b}) = \frac{3}{2} \log_a b$ .  
C.  $\log_{\sqrt{a}}(\sqrt[3]{b}) = \frac{3}{2} \log_b a$ .      D.  $\log_{\sqrt{a}}(\sqrt[3]{b}) = \frac{2}{3} \log_a b$ .
- Câu 63:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương  $x, y$ ?
- A.  $\log_2 \frac{4x}{y} = \frac{2 + \log_2 x}{\log_2 y}$ .      B.  $\log_2 \frac{4x}{y} = \log_2(4x - y)$ .  
C.  $\log_2 \frac{4x}{y} = 2 + \log_2 x + \log_2 y$ .      D.  $\log_2 \frac{4x}{y} = 2 + \log_2 x - \log_2 y$ .
- Câu 64:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x, y$  là các số thực dương tùy ý, đặt  $\log_3 x = a$ ,  $\log_3 y = b$ . Chọn mệnh đề đúng.
- A.  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3} a - b$ .      B.  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3} a + b$ .  
C.  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} a - b$ .      D.  $\log_{\frac{1}{27}} \left( \frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} a + b$ .
- Câu 65:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < a \neq 1$ ;  $0 < b \neq 1$ ,  $x$  và  $y$  là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
- A.  $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$ .      B.  $\log_{\frac{1}{b}} x = \log_b a \cdot \log_a \frac{1}{x}$ .  
C.  $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ .      D.  $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ .



- Câu 66:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực dương  $a, b, x$  thoả mãn  $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5} \log_{\frac{1}{2}} b$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $x = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{5}}$ . B.  $x = \frac{2}{3} a - \frac{1}{5} b$ . C.  $x = a^{\frac{2}{3}} b^{-\frac{1}{5}}$ . D.  $x = a^{\frac{3}{2}} b^{-5}$ .
- Câu 67:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a > 0, b > 0$  thoả mãn  $a^2 + 4b^2 = 5ab$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $\log \frac{a+2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$ . B.  $5 \log(a+2b) = \log a - \log b$ .  
C.  $2 \log(a+2b) = 5(\log a + \log b)$ . D.  $\log(a+1) + \log b = 1$ .
- Câu 68:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a; b$  là hai số thực khác 0 tùy ý,  $\ln(a^2 b^4)$  bằng
- A.  $2 \ln|a| + 4 \ln|b|$ . B.  $4 \ln a + 2 \ln b$ .  
C.  $4(\ln|a| + \ln|b|)$ . D.  $2 \ln a + 4 \ln b$ .
- Câu 69:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $a, b$  là hai số thực dương tùy ý,  $\ln \left( \frac{a^2}{\sqrt{b}} \right)$  bằng
- A.  $2 \log a - \frac{1}{2} \log b$ . B.  $2 \log a + \frac{1}{2} \log b$ .  
C.  $\frac{2 \ln a}{\ln \sqrt{b}}$ . D.  $2 \ln a - \frac{1}{2} \ln b$ .
- Câu 70:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với các số thực  $a, b > 0$  thoả mãn  $a^2 + b^2 = 6ab$ , biểu thức  $\log_2(a+b)$  bằng:
- A.  $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$ . B.  $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$ .  
C.  $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$ . D.  $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$ .
- Câu 71:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực  $a, b$  thoả mãn  $\log_{100} a = \log_{40} b = \log_{16} \frac{a-4b}{12}$ . Giá trị  $\frac{a}{b}$  bằng
- A. 4. B. 12. C. 6. D. 2.
- Câu 72:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Khẳng định nào sau đây là luôn luôn đúng với mọi  $a, b$  dương phân biệt khác 1?
- A.  $a^{\log b} = b^{\ln a}$ . B.  $a^{2 \log b} = b^{2 \log a}$ . C.  $a = \ln a^a$ . D.  $\log_a b = \log_{10} b$ .
- Câu 73:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực dương  $a, b$  thoả mãn  $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(4a-5b) - 1$ . Đặt  $T = \frac{b}{a}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $0 < T < \frac{1}{2}$ . B.  $-2 < T < 0$ . C.  $1 < T < 2$ . D.  $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$ .



- Câu 74:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM]Giá trị biểu thức  $C = \frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$  bằng bao nhiêu
- A. -2.      B. 2.      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 75:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM]Tính giá trị biểu thức  $A = \log_2 4\sqrt[3]{16} - 2\log_{\frac{1}{3}} 27\sqrt[3]{3} + \frac{4^{2+\log_2 3}}{\log_9 2 + \log_{\frac{1}{3}} 5}$
- A.  $10 + \frac{144}{5\sqrt{2}}$ .      B.  $10 - \frac{144}{5\sqrt{2}}$ .      C.  $5\sqrt{2} + \frac{144}{10}$ .      D.  $5\sqrt{2} - \frac{144}{10}$ .
- Câu 76:**  $A = \log_a \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a^3}}}$  ( $1 \neq a > 0$ )
- A.  $A = \frac{4}{3}$ .      B.  $A = \frac{3}{4}$ .      C.  $A = \frac{8}{9}$ .      D.  $A = \frac{9}{8}$ .
- Câu 77:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM]Rút gọn biểu thức  $A = \log_2 \sqrt{a} + \log_4 \frac{1}{a^2} - \log_{\sqrt{2}} a^8$  ( $a > 0$ ) ta được
- A.  $A = \frac{33}{2}\log_2 a$ .      B.  $A = -\frac{33}{2}\log_2 a$ .  
C.  $A = 33\log_2 a$ .      D.  $A = -\frac{1}{2}\log_2 a$ .
- Câu 78:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM]Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_a \frac{1}{b^3} \cdot \log_{\sqrt{b}} a^3$  ( $a \neq 1, b > 0$ )
- A. -18.      B.  $-\frac{1}{2}$ .      C. 18.      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 79:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM]Rút gọn biểu thức  $A = \log_8 x\sqrt{x} - \log_{\frac{1}{4}} x^2$  ( $x > 0$ ) ta được
- A.  $A = \frac{3}{2}\log_2 x$ .      B.  $A = -\frac{1}{2}\log_2 x$ .      C.  $A = 2\log_2 x$ .      D.  $A = \frac{2}{3}\log_2 x$ .
- Câu 80:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM]Cho a là số thực dương,  $a \neq 1$  và  $P = \log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}}$ . Chọn mệnh đề đúng?
- A.  $P = 3$ .      B.  $P = 15$ .      C.  $P = \frac{93}{32}$ .      D.  $P = \frac{45}{16}$ .
- Câu 81:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM]Thu gọn biểu thức  $A = (a^4\sqrt{a})^{\log_a \sqrt{b}} + (b^3\sqrt{b})^{\log_b a}$  ( $a \neq 1, b > 0$ ) ta được
- A.  $A = a^{\frac{5}{8}} + b^{\frac{4}{3}}$ .      B.  $A = a^{\frac{5}{4}} + b^{\frac{4}{3}}$ .      C.  $A = a^{\frac{4}{3}} + b^{\frac{5}{8}}$ .      D.  $A = a^{\frac{4}{3}} + b^{\frac{5}{2}}$ .
- Câu 82:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM]Cho  $n > 1$  là một số nguyên dương. Giá trị của  $\frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$  bằng



A. 0.                      B.  $n$ .                      C.  $n!$ .                      D. 1.

**Câu 83:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho

$$\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{a\sqrt{a}} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{b}{\sqrt{b\sqrt{b}}} \quad (a, b > 0). \text{ Khi đó:}$$

A.  $x = \sqrt[4]{a^3 b}$ .                      B.  $x = \sqrt[4]{ab^3}$ .                      C.  $x = \sqrt[4]{a^3 b^3}$ .                      D.  $x = \sqrt[4]{ab}$ .

**Câu 84:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_2 x = \sqrt{3}$ . Tính giá trị

$$\text{biểu thức } B = \log_{\frac{1}{4}} x + \log_{\frac{1}{8}} x + \log_{\frac{1}{16}} x$$

A.  $B = \sqrt{3}$ .                      B.  $B = -\frac{13\sqrt{3}}{12}$ .                      C.  $B = 9\sqrt{3}$ .                      D.  $B = -9\sqrt{3}$ .

**Câu 85:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_3 x = 1 + \sqrt{2}$ . Tính giá

$$\text{trị biểu thức } A = \log_3 x^3 + \log_{\frac{1}{3}} x + \log_9 x^2$$

A.  $2(1 + \sqrt{2})$ .                      B.  $1 + \sqrt{2}$ .                      C.  $-2(1 + \sqrt{2})$ .                      D.  $3(1 + \sqrt{2})$ .

**Câu 86:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_a b = 2$  và  $\log_a c = 3$ .

$$\text{Tính } P = \log_a (b^2 c^3)$$

A.  $P = 108$ .                      B.  $P = 13$ .                      C.  $P = 31$ .                      D.  $P = 30$ .

**Câu 87:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn

$$a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}. \text{ Giá trị của biểu thức}$$

$$A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$$

A. 519.                      B. 729.                      C. 469.                      D. 129.

**Câu 88:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\ln x = 2$ . Tính giá trị biểu

$$\text{thức } T = 2 \ln \sqrt{ex} - \ln \frac{e^2}{\sqrt{x}} + \ln 3 \cdot \log_3 ex^2$$

A.  $T = 21$ .                      B.  $T = 12$ .                      C.  $T = 13$ .                      D.  $T = 7$ .

**Câu 89:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_a b = 2, \log_a c = 3$ . Tính

$$\text{giá trị biểu thức } \log_a x, \text{ biết } x = \frac{a\sqrt{b^3}}{c^2}$$

A.  $\log_a x = -6$ .                      B.  $\log_a x = -4$ .                      C.  $\log_a x = -2$ .                      D.  $\log_a x = -1$ .

**Câu 90:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < x < \frac{\pi}{2}, \cos x = \frac{3}{\sqrt{10}}$ .

$$\text{Tính } P = \log \sin x + \log \cos x + \log \tan x$$

A. -1.                      B.  $\frac{3}{10}$ .                      C.  $-\frac{3}{\sqrt{10}}$ .                      D.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ .

**Câu 91:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho biểu thức

$$P = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e, \text{ với } a \text{ là số thực dương khác } 1. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng}$$

A.  $P = 2 \ln^2 a + 1$ .                      B.  $P = 2 \ln^2 a + 2$ .                      C.  $P = 2 \ln^2 a$ .                      D.  $P = \ln^2 a + 2$ .



- Câu 92:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b$  là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn  $\log_a^2 b - 8\log_b(a\sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = \log_a(a\sqrt[3]{ab}) + 2017$
- A. 2019.      B. 2020.      C. 2017.      D. 2016.
- Câu 93:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < x \neq 1, 0 < a \neq 1$  và  $M = \frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_{a^3} x} + \frac{1}{\log_{a^5} x} + \dots + \frac{1}{\log_{a^{2019}} x}$ . Khẳng định nào say đây là đúng
- A.  $M = \frac{2020^2}{\log_a x}$ .      B.  $M = \frac{2018.1010}{\log_a x}$ .
- C.  $M = \frac{2020.1010}{\log_a x}$ .      D.  $M = \frac{1010^2}{\log_a x}$ .
- Câu 94:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $x, y$  và  $z$  là các số thực lớn hơn 1 và gọi  $w$  là số thực dương sao cho  $\log_x w = 24, \log_y w = 40, \log_{xyz} w = 12$ . Tính  $\log_z w$
- A. 52.      B. -60.      C. 60.      D. -52.
- Câu 95:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt[3]{x^4}}} = x^m$  và  $\log_y \sqrt[3]{y^2 \sqrt{y}} = n$  (với  $x, y > 0, y \neq 1$ ). Tính  $A = m + n$
- A.  $A = \frac{23}{12}$ .      B.  $A = \frac{7}{4}$ .      C.  $A = 3$ .      D.  $A = \frac{7}{3}$ .
- Câu 96:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Tính  $C = \log_5 \sqrt[5]{\sqrt[5]{\sqrt[5]{\sqrt[5]{\dots \sqrt[5]{5}}}}}$  (n dấu căn)
- Câu 97:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Tính giá trị biểu thức  $P = \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ)$
- A.  $P = 1$ .      B.  $P = \frac{1}{2}$ .      C.  $P = 0$ .      D.  $P = 2$ .
- Câu 98:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Giả sử  $p, q$  là các số thực dương sao cho  $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$ . Tính giá trị  $\frac{p}{q}$
- A.  $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$ .      B.  $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D.  $\frac{8}{5}$ .
- Câu 99:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho số thực  $x$  thỏa  $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ . Tính giá trị  $P = (\log_2 x)^2$
- A.  $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $P = 3\sqrt{3}$ .      C.  $P = 27$ .      D.  $P = \frac{1}{3}$ .
- Câu 100:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Nếu  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$  thì giá trị  $ab$  là
- A.  $2^9$ .      B.  $2^{18}$ .      C. 8.      D. 2.





**Câu 101:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Cho  $n$  là số nguyên dương tìm  $n$  sao cho

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \cdot 2017^2$$

- A. 2017.                      B. 2019.                      C. 2016.                      D. 2018.

**Câu 102:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-TEAM EMPIRE] Cho các số thực  $a, b, c$  thuộc khoảng  $(1; +\infty)$  và thỏa mãn

$$\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left( \frac{c^2}{b} \right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$$

Gía trị biểu thức  $\log_a b + \log_b c^2$  bằng

- A. 1.                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C. 2.                      D. 3.

**Dạng 3: BIỂU DIỄN LOGARIT**

© Chú ý công thức đổi cơ số, sử dụng những công thức hợp lý

**Câu 1:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log 3 = a$ . Tính  $\log 9000$  theo  $a$ .

**A.**  $\log 9000 = a^2 + 3$ .

**B.**  $\log 9000 = 3 + 2a$ .

**C.**  $\log 9000 = 3a^2$ .

**D.**  $\log 9000 = a^2$ .

**Giải:****Câu 2:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $\log_5 20 = a$ , biểu diễn  $\log_2 5$  theo  $a$ .

**A.**  $\log_2 5 = \frac{2}{a+1}$ .

**B.**  $\log_2 5 = \frac{2}{a-1}$ .

**C.**  $\log_2 5 = \frac{a-1}{2}$ .

**D.**  $\log_2 5 = 2(a-1)$ .

**Giải:****Câu 3:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $a = \log_3 15$ ,  $b = \log_3 10$ .  
Hãy biểu diễn  $\log_{\sqrt{3}} 50$  theo  $a$  và  $b$ .

**A.**  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a+b-1)$ .

**B.**  $\log_{\sqrt{3}} 50 = a+b-1$ .

**C.**  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a+b-1)$ .

**D.**  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a+b-1)$ .

**Giải:****Câu 4:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $a = \log_7 11$ ,  $b = \log_2 7$ .  
Hãy biểu diễn biểu thức  $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8}$  theo  $a$  và  $b$ .

**A.**  $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a - \frac{9}{b}$ .

**B.**  $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = \frac{2}{3}a - \frac{9}{b}$ .

**C.**  $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = \frac{1}{3a} - \frac{3}{b}$ .

**D.**  $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 12a - 9b$ .

**Giải:****Câu 5:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a = \log_2 3$ ,  $b = \log_2 5$ .  
Tính theo  $a$ ,  $b$  biểu thức  $P = \log_2 30$ .

**A.**  $P = 1 + ab$ .

**B.**  $P = a + b$ .

**C.**  $P = 1 + a + b$ .

**D.**  $P = ab$ .

**Giải:****Câu 6:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $\log_{12} 27 = a$ . Tính  $\log_6 16$ ?

- A.  $\frac{4(3-a)}{3+a}$       B.  $\frac{4(3+a)}{3-a}$       C.  $\frac{3-a}{4(3+a)}$       D.  $\frac{3+a}{4(3-a)}$

**Giải:**

**Câu 7:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $\log_{12} 27 = a$ . Tính  $\log_6 16$  ?

- A.  $\frac{4(3-a)}{3+a}$       B.  $\frac{4(3+a)}{3-a}$       C.  $\frac{3-a}{4(3+a)}$       D.  $\frac{3+a}{4(3-a)}$

**Giải:**

**Câu 8:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $\log_{18} 12 = a$ . Tính  $\log_2 3$  ?

- A.  $\frac{a-2}{1-2a}$       B.  $\frac{a-2}{2a-1}$       C.  $\frac{a+2}{2a-1}$       D.  $\frac{a-1}{1-2a}$

**Giải:**

**Câu 9:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $a = \log_4 3$ ,  $b = \log_{25} 2$ . Tính  $\log_{60} \sqrt{150}$  theo  $a$  và  $b$ ?

- A.  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2+2b+ab}{1+4b+2ab}$       B.  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+2ab}$   
C.  $\frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$       D.  $4 \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$

**Giải:**

**Câu 10:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $a = \log_{30} 10$ ,  $b = \log_{30} 150$ . và  $\log_{2000} 1500 = \frac{x_1 a + y_1 b + z_1}{x_2 a + y_2 b + z_2}$ . Tìm  $\frac{x_1}{x_2}$  ?

- A. 0,5      B. 2      C.  $\frac{2}{3}$       D. 1

**Giải:**

**Câu 11:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $a = \log_2 3$ ,  $b = \log_5 2$ ,  $c = \log_2 7$ . Tính  $\log_{15} 42$  theo  $a$ ,  $b$  và  $c$ ?

- A.  $\log_{42} 15 = \frac{ab+1}{b(a+c+1)}$       B.  $\log_{42} 15 = \frac{ac+1}{c(a+c+1)}$   
C.  $\log_{42} 15 = \frac{ab+1}{ab+b+c}$       D.  $\log_{42} 15 = \frac{a+c}{a+b+bc}$

**Giải:**



**Câu 12:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $\log_7 12 = x$ ,  $\log_{12} 24 = y$ ,  $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$ . Tính  $S = a + 2b + 3c$ ?

A. 4                      B. 19                      C. 10                      D. 15

**Giải:**

**Bài tập tương tự:**

- Câu 1:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $m = \log_6 2$ ,  $n = \log_6 5$  thì  $\log_3 5$  tính theo  $m, n$  là
- A.  $\frac{n}{1-m}$ .                      B.  $\frac{m}{n}$ .                      C.  $\frac{n}{m-1}$ .                      D.  $\frac{n}{m+1}$ .
- Câu 2:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_2 3 = a$ . Khi đó  $\log_9 32$  bằng
- A.  $\frac{5a}{2}$ .                      B.  $\frac{2a}{5}$ .                      C.  $\frac{5}{2a}$ .                      D.  $\frac{2}{5a}$ .
- Câu 3:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $\log_5 3 = a$ , khi đó  $\log_9 1125$  bằng
- A.  $1 + \frac{3}{2a}$ .                      B.  $2 + \frac{3}{a}$ .                      C.  $2 + \frac{3}{2a}$ .                      D.  $1 + \frac{3}{a}$ .
- Câu 4:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với  $b = \log_5 3$  thì  $\log_{81} 25$  bằng
- A.  $\frac{1}{2b}$ .                      B.  $\frac{1}{3b}$ .                      C.  $3b$ .                      D.  $2b$ .
- Câu 5:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_5 3 = m$ , khi đó  $\log_{25} 81$  bằng
- A.  $\frac{2m}{3}$ .                      B.  $\frac{3m}{2}$ .                      C.  $2m$ .                      D.  $\frac{m}{2}$ .
- Câu 6:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Biết  $\log_6 2 = a$ ,  $\log_6 5 = b$ . Tính  $I = \log_3 5$  theo  $a$  và  $b$ .
- A.  $I = \frac{b}{1+a}$ .                      B.  $I = \frac{b}{1-a}$ .                      C.  $I = \frac{b}{a-1}$ .                      D.  $I = \frac{b}{a}$ .
- Câu 7:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_{12} 3 = a$ . Tính  $\log_{24} 18$  theo  $a$ .
- A.  $\frac{3a+1}{3-a}$ .                      B.  $\frac{3a+1}{3+a}$ .                      C.  $\frac{3a-1}{3+a}$ .                      D.  $\frac{3a-1}{3-a}$ .
- Câu 8:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
- A.  $A = \frac{4+a}{a}$ .                      B.  $A = (4-a)a$ .                      C.  $A = \frac{4-a}{a}$ .                      D.  $A = (4+a)a$ .
- Câu 9:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_5 2 = a$ . Tính  $\log_8 125$  theo  $a$ .
- A.  $\frac{2}{a}$ .                      B.  $\frac{1}{a}$ .                      C.  $\frac{-1}{a}$ .                      D.  $\frac{-2}{a}$ .



**Câu 10:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $\log_2 3 = a$ . Tính theo  $a$  giá trị  $\log_{18} 12$ .

- A.  $\frac{2a+1}{a+2}$ . B.  $\frac{a+2}{2a-1}$ . C.  $\frac{a-2}{2a+1}$ . D.  $\frac{2+a}{1+2a}$ .

**Câu 11:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$ . Khi đó  $\log_5 6$  tính theo  $a$  và  $b$  là:

- A.  $S = a + b$ . B.  $\frac{ab}{a+b}$ . C.  $\frac{a+b}{ab}$ . D.  $a^2 + b^2$ .

**Câu 12:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_3 5 = a, \log_3 6 = b, \log_3 22 = c$ . Giá trị của  $\log_3 \left( \frac{90}{11} \right)$  bằng

- A.  $2a + b - c$ . B.  $a + 2b - c$ . C.  $2a + b + c$ . D.  $2a - b + c$ .

**Câu 13:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_3 5 = a, \log_3 6 = b, \log_3 22 = c$ . Tính  $P = \log_3 \left( \frac{90}{11} \right)$  theo  $a, b, c$ .

- A.  $P = 2a + b - c$ . B.  $P = a + 2b - c$ . C.  $P = 2a + b + c$ . D.  $P = 2a - b + c$ .

**Câu 14:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_3 15 = a$ . Tính  $A = \log_{25} 15$  theo  $a$ .

- A.  $A = \frac{a}{2(a-1)}$ . B.  $A = \frac{a}{a-1}$ . C.  $A = \frac{a}{2(1-a)}$ . D.  $A = \frac{2a}{a-1}$ .

**Câu 15:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $\log_3 2 = a$ , khi đó  $\log_3 \frac{4}{81}$  bằng

- A.  $\left( \frac{1}{2}(a-2) \right)^2$ . B.  $a^2 - 4$ . C.  $\frac{2}{4}(a-2)$ . D.  $2a - 4$ .

**Câu 16:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Đặt  $a = \log_2 3$ . Hãy tính  $\log_2 48$  theo  $a$ .

- A.  $\log_2 48 = 3 + 2a$ . B.  $\log_2 48 = 4 + 2a$ .  
C.  $\log_2 48 = 4 + a$ . D.  $\log_2 48 = 5 - a$ .

**Câu 17:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Đặt  $a = \log_2 3$ . Hãy tính  $\log_{12} 18$  theo  $a$ .

- A.  $\log_{12} 18 = \frac{a+2}{2a+1}$ . B.  $\log_{12} 18 = \frac{2a-2}{2-a}$ .  
C.  $\log_{12} 18 = \frac{2a+2}{2-a}$ . D.  $\log_{12} 18 = \frac{2a+1}{2+a}$ .

**Câu 18:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho  $\log_2 5 = a$ . Hãy tính  $\log_4 1250$  theo  $a$ .

- A.  $\log_4 1250 = \frac{4+a}{2}$ . B.  $\log_4 1250 = \frac{1+4a}{2}$ .  
C.  $\log_4 1250 = \frac{4a+3}{2}$ . D.  $\log_4 1250 = \frac{4a-1}{2}$ .



- Câu 19:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho  $a, b$  là hai số thực dương khác 1. Đặt  $\log_a b = m$ , tính theo  $m$  giá trị của  $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$ .
- A.  $\frac{4m^2 - 3}{2m}$ . B.  $\frac{m^2 - 12}{2m}$ . C.  $\frac{m^2 - 12}{m}$ . D.  $\frac{m^2 - 3}{2m}$ .
- Câu 20:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho  $a = \log_{20} 50$ . Hãy biểu diễn  $\log_2 5$  theo  $a$ .
- A.  $\log_2 5 = \frac{2a + 1}{a - 2}$ . B.  $\log_2 5 = \frac{2a + 1}{2 - a}$ .  
C.  $\log_2 5 = \frac{2a - 1}{2 - a}$ . D.  $\log_2 5 = \frac{2a - 1}{a + 2}$ .
- Câu 21:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho  $a = \log_2 m$  với  $0 < m \neq 1$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?
- A.  $\log_m 8m = \frac{3 + a}{a}$ . B.  $\log_m 8m = (3 - a)a$ .  
C.  $\log_m 8m = \frac{3 - a}{a}$ . D.  $\log_m 8m = (3 + a)a$ .
- Câu 22:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Đặt  $a = \log_5 2; b = \log_5 3$ . Hãy tính  $\log_5 72$  theo  $a$  và  $b$ .
- A.  $\log_5 72 = 3a + 2b$ . B.  $\log_5 72 = 2a + 3b$ .  
C.  $\log_5 72 = 3a + 3b$ . D.  $\log_5 72 = 2a + 2b$ .
- Câu 23:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Đặt  $a = \log_2 5$  và  $b = \log_2 6$ . Hãy biểu diễn  $\log_3 90$  theo  $a$  và  $b$ .
- A.  $\log_3 90 = \frac{a + 2b - 1}{b - 1}$ . B.  $\log_3 90 = \frac{a + 2b - 1}{a - 1}$ .  
C.  $\log_3 90 = \frac{a - 2b + 1}{b + 1}$ . D.  $\log_3 90 = \frac{a - 2b - 1}{a + 1}$ .
- Câu 24:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho  $a = \log_{12} 18$ ,  $b = \log_{24} 54$ . Tìm hệ thức độc lập giữa  $a$  và  $b$ .
- A.  $ab + 5(a - b) = 1$ . B.  $ab + 5(a - b) = -1$ .  
C.  $ab - 5(a - b) = 1$ . D.  $ab - 5(a - b) = -1$ .
- Câu 25:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho  $a, b, c > 0, c \neq 1$  và đặt  $\log_c a = m, \log_c b = n, T = \log_{\sqrt{c}} \left( \frac{a^3}{\sqrt[4]{b^3}} \right)$ . Tính  $T$  theo  $m, n$ .
- A.  $T = \frac{3}{2}m - \frac{3}{8}n$ . B.  $T = 6n - \frac{3}{2}m$ . C.  $T = \frac{3}{2}m + \frac{3}{8}n$ . D.  $T = 6m - \frac{3}{2}n$ .
- Câu 26:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Biết  $a = \log_{24} 12; b = \log_2 5$  và  $\log_8 180 = \left( \frac{ma - 2}{na + 1} + kb \right) \cdot \frac{1}{3}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = m^2 + n^2 + k^2$ .
- A.  $P = 13$ . B.  $P = 15$ . C.  $P = 18$ . D.  $P = 21$ .



- Câu 27:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho  $a = \log_2 3; b = \log_2 5$  thỏa mãn  $\log_4 \frac{125}{81} = mb^2 + na^2 + kab (m, n, k \in \mathbb{Q})$ . Giá trị của  $4m - n + 2k$  bằng
- A.  $-7$ . B.  $-\frac{3}{8}$ . C.  $-\frac{3}{2}$ . D.  $-2$ .
- Câu 28:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Với  $\log_{27} 5 = a, \log_3 7 = b$  và  $\log_2 3 = c$ , giá trị của  $\log_6 35$  bằng?
- A.  $\frac{(3a+b)c}{1+c}$ . B.  $\frac{(3a+b)c}{1+b}$ . C.  $\frac{(3a+b)c}{1+c}$ . D.  $\frac{(3b+a)c}{1+c}$ .
- Câu 29:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho  $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$ . Hãy tính  $\log_{140} 63$  theo a, b, c.
- A.  $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$ . B.  $\frac{2ac+1}{abc+2c-1}$ . C.  $\frac{2ac+1}{abc-2c+1}$ . D.  $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$ .
- Câu 30:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho  $\log_a x = p; \log_b x = q; \log_c x = r (1 \neq a; b; c; x > 0)$ . Hãy tính  $\log_{abc} x$ .
- A.  $\log_{abc} x = \frac{pqr}{pq+qr+rp}$ . B.  $\log_{abc} x = pqr$ . C.  $\log_{abc} x = \frac{pqr}{p+q+r}$ . D.  $\log_{abc} x = \frac{pq+qr+rp}{p+q+r}$ .
- Câu 31:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho  $\log_9 5 = a; \log_4 7 = b; \log_2 3 = c$ . Biết  $\log_{24} 175 = \frac{mb+nac}{pc+q}$ . Tính  $A = m + 2n + 3p + 4q$ .
- A. 27. B. 25. C. 23. D. 29.
- Câu 32:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $a^2 + 9b^2 = 10ab$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $\log(a+b) + \log b = 1$ . B.  $\log\left(\frac{a+3b}{4}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$ .  
C.  $3\log(a+3b) = \log a - \log b$ . D.  $2\log(a+3b) = 2\log a + \log b$ .
- Câu 33:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho các số thực dương  $x; y > 0$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 = 14xy$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $\log_2 \frac{x+y}{14} = \log_2 x + \log_2 y$ . B.  $\log_2 \frac{x+y}{16} = \log_2 x + \log_2 y$ .  
C.  $\log_2(x+y) = \frac{\log_2 x + \log_2 y}{2}$ . D.  $\log_2(x+y) = 2 + \frac{\log_2 xy}{2}$ .
- Câu 34:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho các số  $x, y \in \mathbb{R}$  và  $x^2 + y^2 = 3xy$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $\log_5(x+y) = \frac{1+\log_5 xy}{2}$ . B.  $\log_5(x+y)^2 = 1 + \log_5 x + \log_5 y$ . C.  $\log_5(x+y)^2 = 1 + \log_5(xy)$ . D. Tất cả đều đúng.





- Câu 35:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Giả sử  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a^2 - 23ab + b^2 = 0$ . Khi đó:  $\log_5(a+b) = \frac{1}{2}(m + n\log_5 a + p\log_5 b)$  với  $m, n, p \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị  $m^3 + n + \sqrt{p}$ .
- A. 8.                      B. 10.                      C. 7.                      D. 4.
- Câu 36:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_2 3 = a$ . Tính  $\log_3 18$  theo  $a$ .
- A.  $\frac{2a+1}{a}$ .                      B.  $\frac{a}{2a+1}$ .                      C.  $\frac{2a}{a+1}$ .                      D.  $\frac{a+1}{2a}$ .
- Câu 37:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_2 5 = a$ ;  $\log_3 5 = b$ . Tính  $\log_6 1080$  theo  $a$  và  $b$  ta được:
- A.  $\frac{ab+1}{a+b}$ .                      B.  $\frac{2a+2b+ab}{a+b}$ .                      C.  $\frac{3a+3b+ab}{a+b}$ .                      D.  $\frac{2a-2b+ab}{a+b}$ .
- Câu 38:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Giá trị  $a + b + c$  bằng
- A. 3.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 1.
- Câu 39:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với các số thực dương  $a$  và  $b$  bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
- A.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$ .                      B.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$ .
- C.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$ .                      D.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$ .
- Câu 40:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Ta có  $\log_6 28 = a + \frac{\log_3 7 + b}{\log_3 2 + c}$  thì  $a + b + c$  là
- A. -1.                      B. 5.                      C. 1.                      D. 3.
- Câu 41:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $\log_2 5 = a$  và  $\log_3 7 = b$  khi đó  $\log_{\frac{1}{3}} 7 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{7} + \log_2 20 + 2\log_9 49$  bằng
- A.  $2 - a + 3b$ .                      B.  $2 + a + 3b$ .                      C.  $2 - 3a + b$ .                      D.  $2 + 3a + b$ .
- Câu 42:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $5^a = 2$ , giá trị của  $\log_{\frac{\sqrt{5}}{4}} \frac{\sqrt[3]{100}}{5}$  bằng
- A.  $\frac{4a-2}{3-12a}$ .                      B.  $\frac{12a-3}{2-4a}$ .                      C.  $\frac{4a+2}{12a+3}$ .                      D.  $\frac{12a+3}{4a+2}$ .
- Câu 43:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Đặt  $a = \log_3 2$ , khi đó  $\log_6 48$  bằng
- A.  $\frac{3a-1}{a-1}$ .                      B.  $\frac{3a+1}{a+1}$ .                      C.  $\frac{4a-1}{a-1}$ .                      D.  $\frac{4a+1}{a+1}$ .



**Câu 44:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Giả sử  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 7ab$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$ .      B.  $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$ .  
 C.  $3\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .      D.  $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .

**Câu 45:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Giả sử  $\log_{27} 5 = a; \log_8 7 = b; \log_2 3 = c$ . Hãy biểu diễn  $\log_{12} 35$  theo  $a, b, c$ ?

- A.  $\frac{3b+3ac}{c+2}$ .      B.  $\frac{3b+3ac}{c+1}$ .      C.  $\frac{3b+2ac}{c+3}$ .      D.  $\frac{3b+2ac}{c+2}$ .

**Dạng 4: SO SÁNH LOGARIT**

- ⊙ So sánh logarit giống so sánh lũy thừa
- ⊙ Khi  $a > 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c > 0$
- ⊙ Khi  $0 < a < 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow 0 < b < c$

**Câu 1:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} y \Leftrightarrow x > y > 0$       B.  $\log x > 0 \Leftrightarrow x > 1$   
 C.  $\log_5 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$       D.  $\log_2 x > \log_2 y \Leftrightarrow x < y$

**Giải:**

**Câu 2:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực  $a$  và  $b$  thỏa  $a > b > 1$  Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\ln a > \ln b$       B.  $\log_{\frac{1}{2}}(ab) < 0$   
 C.  $\log_a b > \log_b a$       D.  $\log_a b < \log_b a$

**Giải:**

**Câu 3:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực dương  $a$  và  $b$  với  $a \neq 1$  và  $\log_a b < 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$       B.  $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$       D.  $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$

**Giải:**

**Câu 4:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a, b, c > 0; a > 1$ , chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

- A.  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$       B.  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$   
 C.  $\log_a b > c \Leftrightarrow b > c$       D.  $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$

**Giải:**

**Câu 5:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực dương  $a$  và  $b$  với  $a > b > 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$       B.  $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$   
 C.  $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$       D.  $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$

**Giải:**

- Câu 6:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực thỏa mãn  $0 < a < b < 1 < c < d$ , số lớn nhất trong các số  $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$  là?
- A.  $\log_d a$       B.  $\log_b c$       C.  $\log_a b$       D.  $\log_c d$

**Giải:**

**Bài tập tương tự**

- Câu 1:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực  $a$  và  $b$  với  $1 < a < b$ . Chọn khẳng định **đúng**.
- A.  $1 < \log_a b < \log_b a$ .      B.  $\log_a b < 1 < \log_b a$ .  
C.  $\log_a b^2 < 1 < \log_b a$ .      D.  $\log_b a < 1 < \log_a b$ .
- Câu 2:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực  $a$  và  $b$ , với  $a^{\frac{3}{5}} > a^{\frac{1}{2}}$  và  $\log_b \left( \frac{1}{2} \right) < \log_b \left( \frac{3}{5} \right)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $a > 1; b > 1$ .      B.  $0 < a < 1; 0 < b < 1$ .  
C.  $a > 1; 0 < b < 1$ .      D.  $0 < a < 1; b > 1$ .
- Câu 3:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
- A.  $\log_3 5 > 0$ .      B.  $\log_{2+x^2} 2016 < \log_{2+x^2} 2017$ .  
C.  $\log_{0,3} 0,8 < 0$ .      D.  $\log_3 4 > \log_4 \left( \frac{1}{3} \right)$ .
- Câu 4:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho các số thực dương  $a, b$  với  $a \neq 1$  và  $\log_a b > 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$       B.  $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$       C.  $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$       D.  $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < b < 1 < a \end{cases}$
- Câu 5:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Mệnh đề nào dưới đây **sai**?
- A. Nếu  $0 < a < b$  thì  $\log_{\frac{e}{2}} a < \log_{\frac{e}{2}} b$ .  
B. Nếu  $0 < a < b$  thì  $\log a < \log b$ .  
C. Nếu  $0 < a < b$  thì  $\ln a < \ln b$ .  
D. Nếu  $0 < a < b$  thì  $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$ .
- Câu 6:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $e < a < b$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?
- A.  $\ln \frac{a}{b} > 0$ .      B.  $a$  và  $b$ .  
C.  $0 < b < 1 < a$ .      D.  $\log_a b \leq \log_b a < 0$ .
- Câu 7:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$ .      B.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .  
C.  $\log_5 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ .      D.  $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$ .



- Câu 8:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < a < 1 < b$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?
- A.  $\log_a 3 < \log_b 3$ . B.  $\log a < \log b$ . C.  $0 < \ln a < \ln b$ . D.  $\left(\frac{1}{2}\right)^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$ .
- Câu 9:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Chọn khẳng định **SAI** trong các khẳng định sau:
- A.  $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$ . B.  $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$ .  
C.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ . D.  $\log_3 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ .
- Câu 10:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Giả sử các số lôgarit đều có nghĩa, điều nào sau đây **đúng**?
- A.  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ . B.  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow (a-1)(b-c) < 0$ .  
C.  $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ . D.  $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b < c$ .
- Câu 11:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A.  $\log_3 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ . B.  $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$ .  
C.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ . D.  $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$ .
- Câu 12:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
- A.  $\log_3 5 > 0$ . B.  $\log_{2-\sqrt{2}} 2016 < \log_{2-\sqrt{2}} 2017$ .  
C.  $\log_{0,3} 0,8 > 0$ . D.  $\log_{x^2+2} 2016 < \log_{x^2+2} 2017$ .
- Câu 13:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?
- A. Nếu  $0 < a < 1$  và  $b > 0, c > 0$  thì  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .  
B. Nếu  $a > 1$  thì  $a^m < a^n \Leftrightarrow m < n$ .  
C. Với mọi số  $a, b$  thỏa mãn  $a, b > 0$  thì  $\log(ab) = \log a + \log b$ .  
D. Với  $m, n$  là các số tự nhiên,  $m > 2$  và  $a > 0$  thì  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ .
- Câu 14:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $e < a < b$ . Khẳng định nào dưới đây là **sai**?
- A.  $\ln \frac{a}{b} > 0$ . B.  $\log_a e + \log_b e < 2$ .  
C.  $\ln ab > 2$ . D.  $\ln b > \ln a$ .
- Câu 15:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Khẳng định nào sau đây là **đúng**:
- A.  $\left(\frac{2016}{2017}\right)^x < 1 \Leftrightarrow x > 0$ . B.  $\log_{2016} 2017 < 1$ .  
C.  $\log_{2017} 2016 < 1$ . D.  $\left(\frac{2017}{2016}\right)^x < 1 \Leftrightarrow x > 0$ .



**Câu 16:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.  $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < e$ . B.  $\log x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .  
 C.  $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0$ . D.  $\log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}} y \Leftrightarrow x > y > 0$ .

**Câu 17:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Với mọi số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_2 a^2 = \frac{1}{2} \log_2 a$ . B.  $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b \Leftrightarrow a \geq b$ .  
 C.  $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a < b$ . D.  $\log_2(a^2 + b^2) = 2 \log(a + b)$ .

**Câu 18:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a > b > 1$ . Gọi  $M = \log_a b$ ;  $N = \log_{ab} b$ ;  $P = \log_{\frac{b}{a}} b$ . Chọn mệnh đề đúng.

- A.  $M > N > P$ . B.  $N > M > P$ . C.  $N > P > M$ . D.  $M > P > N$ .

**Câu 19:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A.  $\log_5 3 < 1 < \log_3 5$ . B.  $\log_5 3 < \log_3 5 < 1$ .  
 C.  $1 < \log_5 3 < \log_3 5$ . D.  $\log_3 5 < 1 < \log_5 3$ .

**Câu 20:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $n$  là số nguyên dương lớn hơn 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\log_n(n+1) > \log_{n+1}(n+2) > 1$ . B.  $\log_n(n+1) + \log_{n+1} n < 2$ .  
 C.  $\log_n(n+1) + \log_{n+1} n > \frac{5}{2}$ . D.  $1 < \log_n(n+1) < \log_{n+1}(n+2)$ .

**Câu 21:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $0 < a, b \neq 1$ . Điều kiện nào sau đây cho biết  $\log_a b < 0$ .

- A.  $ab = 1$ . B.  $(a-1)(b-1) < 0$ .  
 C.  $ab > 1$ . D.  $b < 1$ .

**Câu 22:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho hai số thực  $a$  và  $b$ , với  $0 < b < 1 < a$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\log_a b \leq \log_b a < 0$ . B.  $0 < \log_a b < \log_b a$ .  
 C.  $\log_a b < 0 < \log_b a$ . D.  $\log_b a \leq \log_a b < 0$ .

**Câu 23:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Cho  $a > b > 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A.  $\log_a \frac{a+b}{2} < 1$ . B.  $\log_a b < \log_b a$ .  
 C.  $a^{a-b} > b^{b-a}$ . D.  $a^b > b^a$ .

**Câu 24:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A.  $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$ . B.  $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$ .  
 C.  $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ . D.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .



- Câu 25:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [NB] Trong bốn số  $3^{\log_3 4}$ ,  $3^{2\log_3 2}$ ,  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ ,  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$  số nào nhỏ hơn 1?
- A.  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ . B.  $3^{2\log_3 2}$ . C.  $3^{\log_3 4}$ . D.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ .
- Câu 26:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [NB] Cho  $x = \log_6 5$ ,  $y = \log_2 3$ ,  $z = \log_4 10$ ,  $t = \log_7 5$ . Chọn thứ tự đúng.
- A.  $z > x > t > y$ . B.  $z > y > t > x$ . C.  $y > z > x > t$ . D.  $z > y > x > t$ .
- Câu 27:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [NB] Cho  $\log_5 x > 0$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $\log_x 5 \leq \log_x 4$ . B.  $\log_x 5 > \log_x 6$ .  
C.  $\log_5 x = \log_x 5$ . D.  $\log_5 x > \log_6 x$ .
- Câu 28:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [NB] Cho  $a, b, c > 0$  và  $a < 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A.  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$ . B.  $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$ .  
C.  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$ . D.  $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$ .
- Câu 29:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [NB] Cho  $a, b, c > 0$  và  $a, b \neq 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A.  $a^{\log_a b} = b$ . B.  $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ .  
C.  $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$ . D.  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .
- Câu 30:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [NB] Cho  $0 < a < b < 1$ , mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $\log_b a > \log_a b$ . B.  $\log_a b > 1$ .  
C.  $\log_b a < 0$ . D.  $\log_a b > \log_b a$ .
- Câu 31:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [NB] Các số  $\log_3 2, \log_2 3, \log_3 11$  được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:
- A.  $\log_3 2, \log_3 11, \log_2 3$ . B.  $\log_3 2, \log_2 3, \log_3 11$ .  
C.  $\log_2 3, \log_3 2, \log_3 11$ . D.  $\log_3 11, \log_3 2, \log_2 3$ .
- Câu 32:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho 2 số  $\log_{1999} 2000$  và  $\log_{2000} 2001$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$ . B. Hai số trên nhỏ hơn 1.  
C. Hai số trên lớn hơn 2. D.  $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$ .
- Câu 33:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho  $a, b, c > 0$  đôi một khác nhau và khác 1. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} = 1$ . B.  $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} > 1$ .  
C.  $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} > -1$ . D.  $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} < 1$ .





**Câu 34:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho  $0 < x < 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$ . B.  $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$ .  
C.  $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$ . D.  $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$ .

**Câu 35:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho  $a > b > 1$ . Gọi  $M = \log_a b$ ;  $N = \log_{ab} b$ ;  $P = \log_{\frac{b}{a}} b$ . Chọn mệnh đề đúng.

- A.  $N > P > M$ . B.  $N > M > P$ . C.  $M > N > P$ . D.  $M > P > N$ .

**Câu 36:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $e < a < b$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.  $\ln ab > 2$ . B.  $\log_a e + \log_b e < 2$ .  
C.  $\ln \frac{a}{b} > 0$ . D.  $\ln b > \ln a$ .

**Câu 37:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Với mọi số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a < b$ . B.  $\log_2 (a^2 + b^2) = 2 \log(a + b)$ .  
C.  $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b \Leftrightarrow a \geq b$ . D.  $\log_2 a^2 = \frac{1}{2} \log_2 a$ .

**Câu 38:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\log_3 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ . B.  $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$ .  
C.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ . D.  $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$ .

**Câu 39:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho  $a \log_6 3 + b \log_6 2 + c \log_6 5 = 5$ , với  $a, b$  và  $c$  là các số hữu tỷ. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- A.  $a = b$ . B.  $a > b$ . C.  $b > a$ . D.  $c > a > b$ .

**Câu 40:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Nếu  $(0, 1a)^{\sqrt{3}} < (0, 1a)^{\sqrt{2}}$  và  $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{1}{\sqrt{2}}$  thì:

- A.  $\begin{cases} a > 10 \\ b < 1 \end{cases}$ . B.  $\begin{cases} 0 < a < 10 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$ . C.  $\begin{cases} 0 < a < 10 \\ b > 1 \end{cases}$ . D.  $\begin{cases} a > 10 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$ .

**Câu 41:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Nếu  $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$  và  $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5}$  thì:

- A.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ . B.  $0 < a < 1, b > 1$ . C.  $a > 1, b > 1$ . D.  $a > 1, 0 < b < 1$ .



**Câu 42:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho hai số thực  $a$  và  $b$  dương khác 1, với  $a^{-5} > a^{-4}$  và  $\log_b \left( \frac{3}{4} \right) < \log_b \left( \frac{4}{5} \right)$ . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A.  $a > 1; b > 1$ . B.  $a > 1; 0 < b < 1$ . C.  $0 < a < 1; b > 1$ . D.  $0 < a, b < 1$ .

**Câu 43:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [TH] Cho hai số thực  $0 < a, b \neq 1$ , biết  $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{6}}$  và  $\log_b \left( \frac{2}{3} \right) < \log_b \left( \frac{3}{4} \right)$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

A.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ . B.  $0 < a < 1, b > 1$ . C.  $a > 1, b > 1$ . D.  $a > 1, 0 < b < 1$

**Câu 44:** [LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC-EMPIRE TEAM] [VD] Cho các số thực  $a, b$ , thỏa mãn  $\sqrt[3]{a^{14}} > \sqrt[4]{a^7}$ ,  $\log_b (2\sqrt{a+1}) < \log_b (\sqrt{a} + \sqrt{a+2})$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $a > 1, b > 1$ . B.  $0 < a < 1 < b$ .  
C.  $0 < b < 1 < a$ . D.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .